Jarné sústredenie UFO a Prask

17. 4. – 23. 4. 2016, Lúčka-Potoky

Zborník – fyzika

Obsah

Semináre

Energie, zákony zachovania

Prednášajúci: Samko

Abstrakt

Povieme si, čo je to energia a aké formy energie poznáme (kinetická a potenciálna energia, práca, teplo) a ako sa medzi sebou energie premieňajú. Použitie zákona zachovania energie si ukážeme na kope zaujímavých a prekvapivo jednoduchých príkladoch.

Energia telesa vyjadruje schopnosť tohoto telesa vykonávať prácu. Môže byť uložená v rôznych formách. Tu je prehľad tých základných:

Tabuľka 1: Niektoré formy energie (význam veličín: m je hmotnosť telesa, h je výška telesa, G je Newtonova gravitačná konštanta, M je hmotnosť Zeme, k je tuhosť pružiny, x je jej natiahnutie)

Kinetická energia	translačná	$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2$
	homogénneho gravitačného poľa (na Zemi)	$E_{\mathrm{p}} = mgh$
Potenciálna energia	gravitačného poľa vo veľkej vzdialenosti r od Zeme	$E_{\mathrm{p}} = G\frac{mM}{r}$
	”potenciálnaënergia pružinky	$E_{\mathrm{Ppru\check{z}inka}} = \frac{1}{2}kx^2$

Keď teleso vykonáva nejakú činnosť, tieto energie sa môžu navzájom na seba premieňať. Je dôležité zistiť, aké všetky konkrétne energie nám v nejakej sústave vystupujú. Ak to vieme a sme si istí, že do našej sústavy už neprichádzajú a neodchádzajú žiadne ďalšie energie, môžme využiť zákon zachovania energie. Ten hovorí, že energia v izolovanej (energeticky) sústave sa **zachováva**. Teda súčet všetkých energií je **konštantný**. Poďme sa s týmto zdanlivo jednoduchým princípom pozrieť a skúsiť vyriešiť nejaké príklady.

Úloha 1. Máme dve naklonené roviny s rovnakou výškou. Jedna má sklon 30 stupňov, druhá 45 stupňov. Po ktorej sa kocka zošmykne rýchlejšie nadol? Na ktorej bude kocka na spodku rýchlejšia?

Úloha 2. Kdesi vo svete je krajinka, ktorej profil sa dá popísať matematicky ako $y = \cos 3x + +1$. Na kopec v bode $x = 0$ umiestnime guľôčku (hmotný bod). Akú minimálnu rýchlosť (v horizontálnom smere) jej treba udeliť, aby prešla cez 2012 kopcov? Trecie sily neuvažujte.

Úloha 3. Aký ťažký peračník musím hodiť do Miša, aby som mu energeticky vrátil to, že ma trafil nábojom zo vzduchovky s hmotnosťou $8\,\mathrm{g}$ a rýchlosťou $125\,\mathrm{m\,s^{-1}}$? Hádzať peračníky viem rýchlosťou $3.5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Prípady, kde sa pozeráme na pohybujúce sa telesá, by sme vedeli vyriešiť aj silovým prístupom. Jednoducho by sme sa pozerali na to, v akom čase na teleso pôsobia aké sily. Tieto sily sa však môžu v závislosti od času meniť a preto by sa nám počítalo len veľmi ťažko. Energetický prístup nám teda častokrát takéto problémy zjednoduší.

Úloha 4. Malý Brandon sa chce stať veľkým staviteľom. Rád sa hrá s kockami a stavia z nich rôzne objekty. Jedného ďňa postavil z kociek múr, ktorý bol dlhý 10, vysoký 6 a hrubý dve kocky. Akú prácu musel vykonať, aby postavil túto svoju stavbu, ak všatky kocky boli pôvodne na zemi? Hmotnosť jednej kocky je m, dĺžka hrany a.

Úloha 5. Žaba chcel Moniku po úspešne s ňou pretancovanej strede ohúriť fyzikou. Na gumičku s tuhosťou $k = 2\,\mathrm{J\,m^{-2}}$ a s nulovou pokojovou dĺžkou zavesil závažie o hmotnosti $m = 600\,\mathrm{g}$. Závažie následne začalo kmitať tak, že gumička mala striedavo dĺžku od 0 po l. Monika, teraz očarená nie len Žabovým spevom, tancom, ale aj jeho inteligenciou sa ho spýtala, koľko centimetrov merala gumička v momente, keď bola najviac natiahnutá. Žaba sa zamyslel, no s jeho dušou informatika nedokázal Monike odpovedať. Pomôžte mu.

Úloha 6. Skús čo najpresnejšie popísať, ako si myslíš, že funguje proces premieňania rôznych energií na elektrickú.

Úloha 7. Máme dokonale izolovaný generátor na pevné palivo, ktorý funguje nasledovne. Do generátora vložíme palivo s hmotnosťou m_0 a výhrevnosťou H. Účinnosť generátora je η. Zvyšná energia sa premení na teplo. Na odvádzanie tepla sa používa chladenie vodou. Máme tepelne izolovanú nádrž s vodou hmotnosti M. Vždy po dohorení paliva privedieme z nádrže ku generá- toru vodu s hmotnosťou $m < M$, čím ho ochladíme. Ohriatu vodu privedieme späť do nádrže, kde sa zmieša so zvyšnou vodou. Tento cyklus opakujeme. Aká je teplota vody v nádrži po n cykloch, ak jej merná tepelná kapacita je c a na začiatku mala teplotu t_0?

Úloha 8. Kocku s hranou a a hmotnosťou m držíme ponorenú 10 cm pod voľným povrchom vody. Zrazu ju pustíme. Do akej výšky vyskočí? Brzdné sily pôsobiace na loptičku môžete zanedbať.

Spracovanie experimentov

Prednášajúci: Paťo a Dušan

Abstrakt

Seminár je určený pre všetkých experimentátorov, ktorí poriadne nevedia, ako sa majú spracovať experimentálne dáta. Naučíme sa, ako správne vypočítať priemery a odchýlky meraných hodnôt, ako sa správne zaokrúhľuje a ako sa namerané výsledky zapisujú. Nakoniec si ukážeme praktickú ukážku.

Priemery a odchýlky

Vo fyzike sa často stáva, že ak niečo zisťujeme (meriame), nevieme danú veličinu zmerať absolútne presne (s nulovou odchýlkou). Dokonca v kvantovej mechanike vieme vypočítať, ako najpresnejšie vieme nejakú veličinu zmerať: napríklad, ak sa snažíme veľmi presne zmerať polohu nejakej častice, kvantová mechanika *zakazuje* zmerať rovnako presne aj jej rýchlosť.

Práve preto je vo fyzike správne počítanie s „nepresnými“ číslami tak dôležité. Na tomto seminári sa naučíme základnú vec: zo sady nameraných hodnôt vypočítať správnu priemernú hodnotu a jej odchýlku.

Predstavme si, že pomocou Hubbleovho vesmírneho ďalekohľadu pozorujeme hviezdy v nejakej vzdialenej (fyzickej) hviezdokope. Hviezd máme dostatok, a to aj takých, ktorých vzdialenosť vieme celkom úspešne merať. Preto sme s pomocou HST namerali tieto údaje:

hviezda	1	2	3	4	5
vzd. [ly]	1.31	1.45	1.90	1.24	1.35
hviezda	6	7	8	9	10
vzd. [ly]	1.65	1.23	1.49	1.40	1.58

Našim cieľom je pomocou týchto údajov zistiť, ako ďaleko je od nás celá hviezdokopa, čiže chceme nájsť akúsi "strednú"vzdialenosť hviezd. Riešenie je jednoduché: spriemerujeme to! Ale – viete, prečo je tomu tak?

Predstavme si, že hviezdokopa od nás vzdialená R. Pomocou HST sme ale zmerali polohy 10 náhodných hviezd, ktoré sú nejako rozmiestnené okolo hviezdokopy. Vyššie popísané vzdialenosti sú teda čísla v tvare $R +$ malé náhodné číslo.

Rovnako sa na opakované meranie fyzikálnych veličín pozerali aj matematici. Za tohto predpokladu zistili, že pre nejaké R nameriame 10 hodnôt s istou pravdepodobnosťou. S vyššou pravdepodobnosťou nameriame také hodnoty, ktoré sa od R výrazne nelíšia a sú aj väčšie, aj menšie ako R. Naopak, s veľmi malou pravdepodobnosťou (museli by sme mať naozaj smolu) by sme dokázali namerať aj čísla, ktoré sú úplne „od veci“.

A čo s tým má spomínaný priemer? Dá sa ukázať, že ak z našich 10 hodnôt vypočítame *aritmetický priemer*, získame hodnotu R, pre ktorú je pravdepodobnosť namerania práve našich 10 čísel najvyššia. Aritmetický priemer definujeme tak, že sčítame všetky namerané hodnoty a vydelíme ich počtom meraní (túto operáciu označujeme často lomenými zátvorkami $\langle\ \rangle$)

$$\langle x\rangle = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

V našom prípade (skúste si) je artimetický priemer $R = 1.46$. S takýmto výsledkom ale nemôžeme byť spokojní. Ako sme písali na začiatku, vo fyzike musíme poznať aj to, *ako presná* je daná hodnota vypočítaná. Inak povedané, musíme sa ešte naučiť počítať chybu merania.

Aj počítanie chýb nám určuje matematická teória. Hovorí, že správne (s najlepšou pravdepodobnosťou) určíme chybu tak, že vypočítame tzv. *štandardnú odchýlku*

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \langle x\rangle)^2}.$$

Pre meranie R vychádza $\sigma_R \doteq 0.2$. Konečne môžeme teda zapísať *správne* nameranú vzidalenosť hviezdokopy ako

$$R = (\text{priemer} \pm \text{odchýlka})\,\text{jednotka} = (1.46 \pm 0.20)\,\text{ly}.$$

Pod pojmom správnosť myslíme to, že v ňom uvádzame najpravdepodobnejší odhad strednej hodnoty (aritmetický priemer) a najpravdepodobnejší odhad odchýlky (štandardná odchýlka). Týmto výsledkom teda hovoríme, že síce sme našli najpravdepodobnejšiu hodnotu R, no pripúšťame, že skutočná hodnota (ktorú nevieme presne zmerať) sa nachádza niekde v intervale $[\langle x\rangle - \sigma_x; \langle x\rangle + \sigma_x]$, v našom prípade je to interval $[1.26; 1.66]$.

Opäť sa dá vypočítať, že pravdepodobnosť, že nejaká nameraná hodnota „padne“ do tohto intervalu, je asi 68 %. Použiť ale môžeme aj širší interval. Ukazuje sa, že pri použistí intervalu $[\langle x\rangle - 3\sigma_x; \langle x\rangle + 3\sigma_x]$, sa pravdepodobnosť zvýši – v uvedenom príklade na 99.8 %. Tomuto trojsigmovému intervalu hovoríme aj zóna (interval) istoty. Ak v sade nameraných hodnôt nájeme číslo, ktoré leží mimo tento interval, s 99.8% pravdepodobnosťou ide o chybné meranie. Takúto hodnotu typicky vyškrtneme a vypočítame nový priemer a odchýlku, ktoré budú o kúsok presnejšie.

V našom prípade je zónou istoty interval $[0.86; 2.06]$. Po pohľade do tabuľky vidíme, že všetky hodnoty, ktoré sme namerali, sú štatisticky správne a nič škrtať nemusíme :).

Prenos chýb

Na minulom seminári sme si ukázali, ako vieme spracovať meranie jednej veličiny tak, aby sme získali priemernú hodnotu a jej štandardnú odchýlku. Ako ale s takouto „rozmazanou“ veličinou pracovať?

Typickým a jednoduchým príkladom je meranie hustoty. Vynechajme nekonvenčné merania hustoty pomocou guličiek padajúcich v oleji a predstavme si, že hustotu nejakého neznámeho predmetu určíme zo zmeranej hmotnosti a objemu ako $\varrho = m/V$.

Nech sú namerané hodnoty $m = (3.75 \pm 0.24)\,\text{kg}$ a $V = (0.47 \pm 0.04)\,\text{l}$. Ako z nich vypočítať hustotu? Matematická teória, ktorá toto popisuje, sa nazýva *teória prenosu chýb*. Opäť pracuje s rôznymi odhadmi a ich pravdepodobnosťami. Ukazuje sa v nej, že najprejvdepodobnejšia stredná hodnota hustoty, pre ktorú sme mohli namerať zadané m a V, je daná dosadením stredných hodnôt m a V do vzorcu pre hustotu. Tzn. v našom prípade

$$\langle\varrho\rangle = \frac{\langle m\rangle}{\langle V\rangle} = \frac{3.75\,\text{kg}}{0.47\,\text{l}} = 7.98\,\text{kg/l} = 7\,980\,\text{kg/m}^3.$$

Pred tým, ako sa pustíme do výpočtu príslušnej odchýlky, si musíme povedať o dvoch rôznych druhoch odchýlok. Pod pojmom *absolútna* odchýlka rozumieme odchýlku, s ktorou sme pracovali doteraz. Často sa ale využíva aj *relatívna* odchýlka, čo je vlastne absolútna odchýlka vydelená strednou hodnotou: $\delta_x = \sigma_x/\langle x\rangle$. Táto odchýlka je bezrozmerná a často sa uvádza v percentách.

Samotné prenášanie chýb sa riadi nasledujúcimi pravidlami:

- absolútna chyba súčtu/rozdielu je súčet absolútnych chýb:

$$y = a \pm b, \qquad \Rightarrow \qquad \sigma_y = \sigma_a + \sigma_b.$$

- relatívna chyba násobku/podielu je súčet relatívnych chýb:

$$z = \left\{ \begin{array}{c} a \cdot b \\ a/b \end{array} \right\}, \qquad \Rightarrow \qquad \delta_z = \delta_a + \delta_b.$$

Takže, v našom prípade vypočítame relatívnu chybu hustoty ako

$$\delta_\varrho = \frac{\sigma_m}{\langle m\rangle} + \frac{\sigma_V}{\langle V\rangle} = \frac{0.24\,\mathrm{kg}}{3.75\,\mathrm{kg}} + \frac{0.04\,\mathrm{l}}{0.47\,\mathrm{l}} \doteq 0.15.$$

Potom absolútna chyba určenia hustoty je

$$\sigma_\varrho = \delta_\varrho\langle\varrho\rangle = 0.15 \cdot 7\,980\,\mathrm{kg/m^3} \doteq 1\,200\,\mathrm{kg/m^3}.$$

Výsledok pre hustotu teda píšeme v tvare $\varrho = (7\,980 \pm 1\,200)\,\mathrm{kg/m^3}$.

Aplikáciou vyššie uvedených pravidiel vieme postupne dopočítať chybu ľubovoľnej veličiny, ktorú vieme z meraných veličín vypočítať sčítaním, odčítaním, násobením (mocnením) a delením. Ďalšie pravidlá zavádzame vtedy, keď sa vo vzorci vyskytuje odmocnina alebo trigonometrická funkcia (sínus, kosínus). O týchto pravidlách sa určite dozviete neskôr :).

Excel / Calc

Všetky znalosti a pravidlá, ktoré sme sa na naučili na dvoch predošlých seminároch sú fajn. No v praxi sa často stáva, že nameraných údajov máme viac, ako naše kalkulač zvládajú.

Na spracovanie väčšieho objemu dát sa nám preto hodí počítač. Ideálne programy sú tabuľkové kalkulátory Microsoft Excel alebo OpenOffice Calc (svojou štruktúrou sú si veľmi podobné). Ich obrovskou výhodou je, že na rovnaké dáta vieme použiť rovanký vzorec a tento vzorec jednoduchým potiahnutím skopírovať na ďalšie bunky.

Rady k spracovávaniu

- V tabuľkách si udržiavajte poriadok: píšte si komentáre, aké údaje sú v akom stĺpci, v akých sú jednotkách atď. Nezabudnite pracovať s rovnakými jednotkami: na začiatku si stanovte, v akej jednotke budete pracovať. Nemusí to byť základná jednotka SI, je lepšie, ak čísla vyzerajú *príjemne*.

- Vyznačte si výsledky, napríklad tučným rezom písma (Ctrl + B). Dajte si pozor, ako výsledky zaohrúhľujete.

- Dajte si pozor, ako tabuľkový kalkulátor zobrazuje čísla. Niekedy zobrazované číslo zaukrúhli (ale pracuje s nezaokrúhlenou hodnotou), inokedy zasa zobrazí iba tú časť čísla, ktorá sa do bunky vlezie.

Záver

Pamätajte, že ak v dátach budete mať poriadok a postup pri spracovávaní merania použijete iný ako tu uvedený (ale dobre odôvodnený), v princípe by to nikomu nemuselo prekážať. No na predošlých troch seminároch sme sa naučili jednoduché postupy, ako spracovať prakticky ľubovoľné meranie a ako správne vypočítať chybu nepriameho merania. Ak máte nejaké otázky, píšte ich na `pato@fks.sk` alebo na `dusan@fks.sk`, radi vám odpovieme.

Príklady

Úloha 1. Keď som včera meral, nameral som tieto hmotnosti (v gramoch):

126.6, 134.6, 147.5, 134.0, 139.9, 131.8, 129.4, 134.5, 137.8 a 132.7.

Vypočítajte aritmetický priemer a štandartnú odchýlku týchto dát *pomocou kalkulačky*, tzn. ako výsledok chcem vidieť tieto dve čísla v kalkulačke a potom ich správne zaohkrúhlenie.
[$m = (134.9 \pm 1.9)\,\mathrm{g}$]

Úloha 2. Moment zotrvačnosti je veličina, ktorá charakterizuje, ako ťažké je dané teleso roztočiť.[1] Dá sa vypočítať, že moment zotrvačnosti toaletného papiera je

$$J = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2),$$

kde m je hmotnosť toaleteného papiera, R je jeho vonkrajší polomer a r je vnútorný polomer (polomer kartónovej rolky). Meraním sme zistili, že:

$$\begin{aligned} m &= (45 \pm 4)\,\mathrm{g}, \\ R &= (7.9 \pm 0.3)\,\mathrm{cm}, \\ r &= (21.3 \pm 1.6)\,\mathrm{mm}. \end{aligned}$$

Vypočítajte moment zotrvačnosti toaletného papiera (v $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$) a jeho absolútnu odchýlku. [$I = (15.1 \pm 2.2)\cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$]

Užitočné príklady

Prednášajúci: Marek

Abstrakt

Tento seminár je zameraný na riešenie stredne náročných úloh nábojového typu (krátke, ale veľmi poučné). Ukážeme si hromadu príkladov s nečakane ľahkými a poučnými riešeniami. V tomto zborníku najdete všetky problémi ktoré preberieme na seminári.

Príklady

Úloha 1. Dušan je taká kocka, až je to nepríjemné. Preto si z neho zvyšní FKSáci spravili srandu a v spánku ho preniesli na dosku, ktorá ležala na okraji útesu. Do akej najväčšej vzdialenosti l od okraja útesu ho mohli umiestniť, aby nespadol? Dušan má hmotnosť m a hranu dĺžky a, doska má hmotnosť $m/2$ a dĺžku $5a$.

Úloha 2. Aký je odpor štvorstenu, keď ho na zdroj zapojíme vo vrcholoch a všetky hrany majú odpor R?

Úloha 3. Opica sedí na strome vo výške h. Opatrovateľ je vzdialený l od stromu a chce jej hodiť banán. Vie však, že opica sa zľakne a pustí sa zo stromu v momente, kedy hodí banán. Pod akým uhlom ho má hodiť?

Úloha 4. Marek ide popri voze s jedlom, ktorý sa pohybuje. Marek je však rýchlejší a od zadnej časti vozu mu to trvá 20 sekúnd. V momente ako sa dostane k predku sa zvrtne a ide tou istou rýchlostou späť. Koniec dosiahne o 8 sekúnd od otočenia. Koľko by mu trvalo prejsť okolo nehybného voza?

Úloha 5. Prepíliť kmeň na tri časti trvá 12 minút. Koľko trvá prepíliť kmeň na štyri časti?

Úloha 6. Prvú polovicu cesty prejdem rýchlosťou 40 km/h. Akou rýchlosťou mám ísť druhú polovicu cesty aby moja priemerná rýchlosť bola 90 km/h?

Úloha 7. Aký ťažký peračník musím hodiť do Miša, aby som mu energeticky vrátil to, že ma trafil nábojom zo vzduchovky s hmotnosťou 8 g a rýchlosťou 125 m/s? Hádzať peračníky viem rýchlosťou 3.5 m/s.

Úloha 8. Do nádoby s vodou vložíme kocku ľadu. Zaznačíme kde je hladina. Počkáme kým sa kocka ľadu rozpustí. Ako sa zmení výška hladiny v nádobe?

Úloha 9. Nazbierali sme 1 kg uhoriek obsahujúcich 95% vody. Časom trochu vyschli a obsahujú už len 90% vody. Koľko vážia teraz?

Úloha 10. Holub náletník letí rýchlosťou v vo výške h nad internátom. V akej vzdialenosti od internátu má vypustiť svoj náklad aby trafil balkón?

Úloha 11. Žaba ide po ulici rýchlosťou v a je vysoký h na jednej strane cesty sú dve lampy ktorých spojnica

[1] Napríklad rozbehnúť ťažký vozík je ťažšie ako ľahší. Rovnako je ťažšie roztočiť teleso s väčším momentom zotrvačnosti ako s menším.

je rovnobežná na smer pohybu žaby. sú vzdialené l a vysoké $2h$. Akou najväčšou rýchlosťou sa vzhladom na seba budú pohybovať tiene hlavy žaby?

Úloha 12. Pustíme loptičku o hmotnosti m z výšky h. Po každom odraze vyskočí len do polovičnej výšky. Za ako dĺho sa loptička zastaví?

Úloha 13. Z povrchu Zeme v homogénnom tiažovom poli vyhodím rýchlosťou veľkosti v malú loptičku smerom nahor. V akej výške budú jej kinetická a potenciálna energia rovnaké? Potenciálnu energiu považujte za nulovú v nulovej výške.

Úloha 14. Skúšobná jazda krásneho nového červeného Ferrari vyzerá asi takto. Najprv rovnomerne zrýchľuje, dosiahne maximálnu rýchlosť v a potom začne rovnomerne spomaľovať až kým nezastaví (zrýchlenie a spomalenie nemajú rovnakú veľkosť). Počcas celého pohybu prešlo dráhu s. Na akom dlhom úseku sa pohybovalo rýchlejšie ako $v/2$?

Trochu matematiky na koniec.

Úloha 15. V ružovom kráľovstve sa platí iba mincami s hodnotami 11 a 7. Aká je najväčšia suma ktorá sa nedá zaplatiť bez vydávania.

Úloha 16. Máme hranol s hranami 1, a, $2a$. Má povrch 54. Koľko je a?

Úloha 17. Tri včely opelia 9 kvetov za 12 hodín. Určte koľko včiel opelí 270 kvetov za 9 hodín.

Úloha 18. Koľkými spôsobmi sa vieme v mriežke $n \times m$ dostať z jedného rohu do protiľahlého keď chodíme iba ”horeä iba ”vpravo”.

Úloha 19. Marek mal 4 drievka dĺžok 25, 39, 52, 60. a chce si spraviť uzavretú ohradu s čo najväčším obsahom tak aby drievka išli v poradí 25, 39, 52, 60.

Úloha 20. vyčíslite výraz: $1^2 - 2^3 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 2009^2 - 2010^2$

Rovnomerný pohyb

Prednášajúci: Jarka

Abstrakt

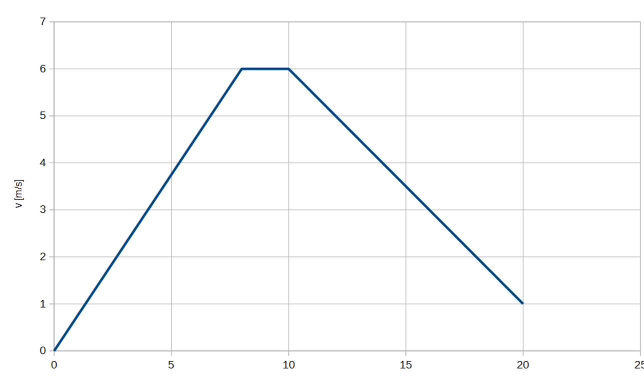
Ľahký seminár vás zoznámi so základnými pojmami, ktoré používame pre popis pohybov: dráha, okmažitá a priemerná rýchlosť. Naučíme sa, ako jednotlivé pojmy spolu súvisia a ako sa správne postaviť k príkladom o rýchlostiach. Okrem toho si vysvetlíme, ako správne kresliť grafy časových závislostí spomínaných veličín.

Základné pojmy

Trajektória – čiara v priestore, ktorú opisuje hmotný alebo teleso pri svojom pohybe. Dráha – dĺžka trajektórie za určitý čas. Okamžitá rýchlosť – mení sa, zrýchľujeme, spomaľujeme... Priemerná rýchlosť – ako rýchlo sme išli celkovo. Neviem určiť, kde sme zrýchlili a kde spomalili:

$$v = \frac{s_{\text{celková}}}{t_{\text{celkový}}}.$$

Úloha 1. Graf závislosti rýchlosti od času – dráha je plocha pod krivkou:



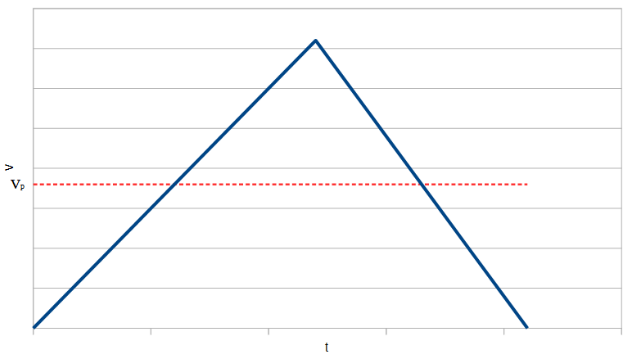
Obr. 1: Graf rýchlosti od času

Z grafu zistite:

a) okamžitú rýchlosť v čase $t = 10\,\text{s}$,

b) priemernú rýchlosť.

Úloha 2. Z grafu zistite, akú časť dráhy sme išli rýchlosťou väčšou ako priemerná.



Obr. 2: Iný graf rýchlosti od času

Úloha 3. Na dovolenku idete autom po diaľnici 3 hodiny rýchlosťou $110\,\text{kmh}^{-1}$.Potom na 30 minút zastavíte. Pokračujete dvojhodinovou jazdou stálou rýchlosťou $90\,\text{kmh}^{-1}$ až do cieľa. Určite priemernú rýchlosť cestovania.

Úloha 4. Aká je priemerná rýchlosť pohybu automobilu v prípade, že:

1. prvú polovicu času svojho pohybu sa pohybuje rýchlosťou $v_1 = 100\,\text{kmh}^{-1}$ a druhú polovicu času sa pohybuje rýchlosťou $v_2 = 60\,\text{kmh}^{-1}$?

2. polovicu z celkovej svojej dráhy prejde rýchlosťou $v_1 = 100\,\text{kmh}^{-1}$ a druhú polovicu dráhy rýchlosťou $v_2 = 60\,\text{kmh}^{-1}$?

Úloha 5. Automobilista prešiel prvú tretinu dráhy s stálou rýchlosťou v_1, ďalšie dve tretiny rýchlosťou $v_2 = 72\,\text{kmh}^{-1}$. Priemerná rýchlosť v bola $36\,\text{kmh}^{-1}$. Vypočítajte v_1!

Rovnomerný priamočiary pohyb:

$$v(t) = \text{konšt.}$$

Nemení sa veľkosť rýchlosti, ani smer a platí $s = vt$. Grafom je priamka rovnobžná s x-ovou osou.

Úloha 6. Auto prešlo vzdialenosť $60\,\text{km}$ rovnomerným pohybom za 30 minút. Aká bola jeho rýchlosť v kilometroch za hodinu?

Úloha 7. Prepočítajte rýchlosť $v = 3.6\,\text{kmh}^{-1}$ na ms^{-1}.

Úloha 8. Vlak sa pohyboval priemernou rýchlosťou $15\,\text{ms}^{-1}$. Automobil prešiel za 2 hodiny dráhu $120\,\text{km}$. Ktorý z nich išiel väčšou priemernou rýchlosťou?

Úloha 9. Atlét prebehol dráhu $400\,\text{m}$ v bezvetrí rovnomerným pohybom za $45.35\,\text{s}$. Akou veľkou rýchlosťou sa pohyboval?

Zmena vzťažnej sústavy: máme dve telesá, jedno sa pohybuje rýchlosťou $\vec{v_1}$ a druhé $\vec{v_2}$ voči pozorovateľovi stojacemu na Zemi. Pozorovateľovi na prvom telese sa bude zdať, že jeho teleso sa nehýbe a druhé sa pohybuje rýchlosťou $\vec{v_2} - \vec{v_1}$.

Úloha 10. Osobný vlak sa pohybuje rýchlosťou $70\,\text{kmh}^{-1}$. Oproti nemu ide z druhej stanice rýchlik s rýchlosťou $110\,\text{kmh}^{-1}$. Stanice sú od seba vzdialené $14.4\,\text{km}$. Za aký čas sa vlaky budú míňať? Ako ďaleko to bude od prvej stanice?

Úloha 11. Vlak sa pohybuje rovnomernou rýchlosťou $72\,\text{kmh}^{-1}$. Aká je veľkosť rýchlosti cestujúceho vzhľadom na koľajnice, ak prechádza vozňom rýchlosťou $1.5\,\text{ms}^{-1}$:

a) v smere pohybu vlaku,

b) proti smeru pohybu vlaku.

Úloha 12. Zo stanice vyšiel nákladný vlak, ktorý sa pohyboval stálou rýchlosťou veľkosti $36\,\text{kmh}^{-1}$. O 30 minút neskôr vyšiel zo stanice rovnakým smerom expres stálou rýchlosťou $72\,\text{kmh}^{-1}$. Za aký čas od odchodu nákladného vlaku a v akej vzdialenosti od stanice sa vlaky obchádzajú?

Sily, zrýchlenia

Prednášajúci: Denda

Abstrakt

Seminár je založený na druhom a treťom Newtonovom zákone. Na konkrétnych príkladoch sa naučíme ako sily zakresľovať, ako sa sčítajú do výslednej sily. Povieme si tiež o rozklade síl do kolmých a rovnobežných zložiek.

Newtonove pohybové zákony

Prvý Newtonov pohybový zákon nám hovorí, že teleso zotrváva v pokoji alebo rovnomernom priamočiarom pohybe, pokiaľ nie je vonkajším vplyvom nútené tento svoj pohybový stav zmeniť. Ten vonkajší vplyv je *sila*, ktorá naň začne pôsobiť. Sila je teda niečo, čo spôsobuje zmenu rýchlosti objektu. Označujeme ju F a jej jednotkou je newton (N).

Druhý Newtonov pohybový zákon presnejšie popisuje, čo je to tá sila. Konkrétne ukazuje veľmi významnú závislosť:

$$F = ma,$$

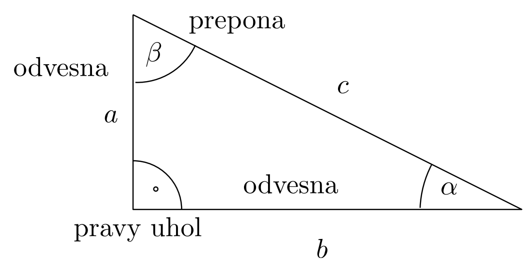
ktorá hovorí, že ak sa teleso hmotnosti m pohybuje so zrýchlením a,[2] tak naň musí pôsobiť sila F.

Tretí pohybový zákon hovorí, že ak pôsobí jedno teleso na druhé nejakou silou, tak druhé teleso bude pôsobiť na prvé teleso rovnako veľkou silou opačného smeru.

Sila je vektorová veličina, to znamená, že má nejaký smer. Niekedy je však veľmi užitočné si ju rozložiť do viacerých zložiek, k čomu potrebujete vedieť trochu matematiky.

Matematické okienko

Zoberme si ľubovoľný pravouhlý trojuholník a pomenujme jeho strany a uhly.



Obr. 3: Pravouhlý trojuholník

Pravouhlé trojuholníky sú úžasné, pretože z dvoch ľubovoľných údajov o ňom vieme vypočítať ľubovoľný iný. Platia totiž nasledujúce vzťah:

- Sínus uhlu je rovný podielu protiľahlej odvesny a prepony:
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \quad \sin\beta = \frac{b}{c}.$$
- Cosínus uhlu je rovný podielu priľahlej odvesny a prepony:
$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \quad \cos\beta = \frac{a}{c}.$$
- Tangens uhlu je rovný podielu protiľahlej a priľahlej odvesny:
$$\tan\alpha = \frac{a}{b} \quad \tan\beta = \frac{b}{a},$$
- A nakoniec platí *Pytagorova veta*, ktorá hovorí: Obsah štvorca zostrojeného nad preponou (najdlhšou stranou) pravouhlého trojuholníka je rovný súčtu obsahov štvorcov zostrojených nad jeho odvesnami:
$$c^2 = a^2 + b^2.$$

[2]zrýchlenie nám popisuje, ako sa mení rýchlosť telesa v čase

Zákon zachovania hybnosti

Ak sa teleso hmotnosti m pohybuje rýchlosťou v tak povieme, že má hybnosť p, ktorá je rovná

$$p = m \cdot v.$$

Ale čo to vlastne tá hybnosť je? Hybnosť je fyzikálna veličina, ktorá nám v podstate hovorí, akú veľkú má teleso tendenciu zotrvať vo svojom pohybe. Vieme vďaka nej vypočítať silu potrebnú na zastavenie telesa, prípadne silu na to, aby dané teleso dosiahlo stav s inou hybnosťou, táto sila samozrejme závisí aj od času, za ktorý chceme túto zmenu dosiahnuť:

$$F = \frac{\delta p}{\Delta t}.$$

Tento vzťah je zároveň druhý Newtonov zákon vyjadrený pomocou hybnosti.

Pre izolovanú sústavu platí *zákon zachovania hybnosti*, podľa ktorého celková hybnosť tejto sústavy zostáva konštantná. To znamená, že ak dostaneme nejakú izolovanú sústavu (tj. nepôsobia na ňu vonkajšie sily), tak keď mala na začiatku celkovú hybnosť p tak v ľubvoľnom časovom okamihu, keď spočítame hybnosti telies v nej, bude stále p:

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n = \text{konšt.}$$

Príklady

Úloha 1. Sila 60 N udeluje telesu zrýchlenie $0.8\,\mathrm{ms^{-2}}$. Aká veľká sila udelí tomu istému telesu zrýchlenie $2\,\mathrm{ms^{-2}}$? [150 N]

Úloha 2. Teleso o hmotnosti 200 g, ktoré bolo na začiatku v kľude, pôsobením stálej sily dosiahlo na konci šiestej sekundy rýchlosť $3\,\mathrm{ms^{-1}}$. Aká veľká sila pôsobila na teleso? [0.1 N]

Úloha 3. Vo vagóne, ktorý sa pohybuje po vodorovnej rovine rovnomerne zrýchleným pohybom so zrýchlením $3\,\mathrm{ms^{-2}}$, je zavesené na vlákne teleso o hmotnosti 2 kg. Určite uhol, ktorý zviera vlákno so zvislým smerom a veľkosť ťahovej sily, ktorou je vlákno napínané. Predpokladajme, že pri pohybe vagónu je teleso vzhľadom k vagónu v pokoji. Tiažové zrýchlenie je $9.81\,\mathrm{ms^{-2}}$. [17°; 21 N]

Úloha 4. Teleso o hmotnosti 1 kg je pripevnené k horizontálne umiestnenej tyči dvoma vláknami zvierajúcimi uhol 60°. Teleso aj s tyčou je na začiatku v kľude. Aká bude ťahová sila každého vlákna, ak tyč začneme ťahať zvislo nahor so zrýchlením $5\,\mathrm{ms^{-2}}$? Tiažové zrýchlenie je $9.81\,\mathrm{ms^{-2}}$. [8.6 N]

Úloha 5. Medzi dvoma nepohybujúcimi sa loďkami, ktoré sú na hladine jazera je natiahnuté lano. Človek, ktorý je na prvej loďke, ťahá lano silou 50 N po dobu 5 s. Určte veľkosť rychlostí, ktoré budú mať obe loďky za túto dobu. Aká bude za túto dobu veľkosť relatívnej rýchlosti prvej loďky vzhľadom k druhej? Hmotnosť prvej loďky aj s človekom je 250 kg, hmotnosť druhej loďky 500 kg. Odpor vody neuvažujeme.

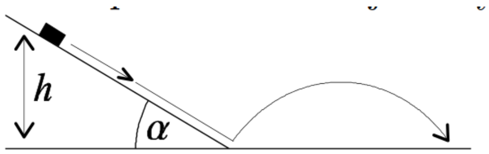
[prvá loďka $1\,\mathrm{ms^{-1}}$, druhá $0.5\,\mathrm{ms^{-1}}$, relatívna rýchlosť $1.5\,\mathrm{ms^{-1}}$]

Úloha 6. Na naklonenú rovinu s uhlom sklonu 30° položíme teleso hmotnosti 2 kg. Určte zrýchlenie, ktorým sa bude teleso po naklonenej rovine pohybovať. Tiažové zrýchlenie je $10\,\mathrm{ms^{-2}}$, treciu silu neuvažujeme. [$5\,\mathrm{ms^{-2}}$]

Úloha 7. Delostrelecký náboj o hmotnosti 10 kg narazil na vagón s pieskom hmotnosti 10^4 kg a uviazol v ňom. Pred nárazom sa vagón pohyboval rýchlosťou $10\,\mathrm{ms^{-1}}$ rovnakým smerom ako strela. Aká bude rýchlosť vagónu po náraze strely? [$10.5\,\mathrm{ms^{-1}}$]

Úloha 8. Kameň o hmotnosti 0.1 kg leží na vodorovnom hladkom ľade. Strela o hmotnosti 2.5 kg letiaca vodorovne rýchlosťou $400\,\mathrm{ms^{-1}}$ narazí na kameň a odrazí sa vodorovne v pravom uhle k svojmu pôvodnému smeru rýchlosťou $300\,\mathrm{ms^{-1}}$. Vypočítajte veľkosť rýchlosti kameňa po náraze strely a určte smer, v ktorom sa kameň po náraze bude pohybovať. Trenie medzi ľadom a kameňom zanedbáme. [$13\,\mathrm{ms^{-1}}$; 37°]

Úloha 9. Dolu naklonenou rovinou so sklonom $\alpha = 30°$ sa bez trenia šmýka malé koliesko. Keď sa po prekonaní výškového rozdielu $h = 1\,\mathrm{m}$ došmýka na jej úpätie, pružne sa odrazí od vodorovného povrchu a ďalej sa pohybuje ako pri šikmom vrhu. Do akej vzdialenosti od úpätia naklonenej roviny toto teliesko dopadne?



Obr. 4: Ilustračné znázornenie

Prednášky

Archimedov zákon

Prednášajúci: Dušan

Abstrakt

Predstavíme si slávny Archimedov zákon, ktorý hovorí o sile, ktorá nadľahčuje telesá ponorené do nejakej kvapaliny. Zamyslíme sa, ako sa táto vztlaková sila prejavuje v rôznych nečakaných situáciach. Cieľom prednášky je veľmi dobré porozumenie Archimedovmu zákonu.

Hydrostatický tlak a sila

Vo fyzike sa často stretávame s tým, že študujeme rôzne systémy, a chceme predpovedať ich správanie. To sa však nedá bez toho, že by sme nepoznali všetky sily v nich pôsobiace. A samozrejme, nestačí len vedieť, aké následky má ich prítomnosť, ale treba poznať aj ich pôvod. Preto začneme aj my úpne od začiatku.

Určite ste už počuli o tom, že ak sa nachádzate v kvapaline, v hĺbke h, tak na vás pôsobí tlak veľkosti $p = h\rho g$, kde ρ je hustota kvapliny. Prečo vlastne takýto tlak? Je to prosté, tento tlak nie je nič iné, ako prejav gravitačnej sily pôsobiacej na vodu. Ukážeme si to na konkrétnom príklade. Predstavte si nejaké akvárium s plochou podstavy S. Naplníte ho do výšky h vodou. To znamená, že na vodu v akváriu bude pôsobiť ťiažová sila

$$F_g = mg = V\rho g = Sh\rho g.$$

Táto sila ťahá vodu nadol k zemi, avšak ako ste si všimli, ona sa nie a nie vyliať, keďže tam je akvárium. Podstava akvária kompenzuje účinok ťiažovej sily na vodu, a tlačí vodu pekne späť nahor normálovou silou rovnakej veľkosti.(Sila musí byť rovnaká, keďže voda je v pokoji.) Vo všeobecnosti všetky sily, ktoré spôsobujú, že môžme (aj keď nepriamo) pozorovať normálové sily nazývame tlakové. Čiže v tomto prípade je tlakovou silou tá tiažová. A čo tlak? Ten vyjadríme klasicky z tlakovej sily $p = F_g/S = h\rho g$, čo je presne to čo sme čakali.

Vztlaková sila a Archimedov zákon

V našich úvahách sa posunieme kúsok ďalej. Najprv budeme pracovať s kvádrom rozmeru $a \times a \times a$, a naše výsledky si potom zovšeobecníme.

Ponorme celý spomínaný kváder pod hladinu vody tak, že nepadne úplne na dno. Už vieme, že zvrchu naň bude pôsobiť sila $F_1 = h\rho g a^2$. Zboku sa nám sily vykompenzujú, ale čo zospodu? Mohlo by sa zdať, že pod kvádrom bude sila nulová, keďže tam žiaden vodný stĺpec nemáme. Avšak treba preštududovať vodu v inej časti akvária, no na úrovni spodnej podstavy kvádra. Tam je tlak $(h+a)\rho g$. A keďže nám voda neprúdi, tak rovnaký tlak musí byť aj pod kvádrom. To znamená, že na kváder zo spodu pôsobí sila $F_2 = (h+a)\rho g a^2$. Celková výslednica týchto síl sa nenazýva inak ako vztlaková sila a platí pre ňu formula

$$F_{vz} = F_2 - F_1 = a^3\rho g = V\rho g.$$

Keďže táto sila pôsobí opačne, môžme tento vzorec vyjadriť zaobalene týmito slovami. *Teleso ponorené do kvapaliny je nadľahčované hydrostatickou vztlakovou silou, ktorej veľkosť sa rovná tiaži kvapaliny s rovnakým objemom, ako je objem ponorenej časti telesa.* A to nie je nič iné ako Archimedov zákon.

Je však zopár detailov, na ktoré ešte treba upozorniť. My sme to odvodili pre pekný kváder, platí to však aj pre zemiak? Odpoveď je, že platí. Dá sa nahliadnúť na to tak, že zemiak narežeme vo vertikálnom smere na rôzne dlhé hranolky $l_1, \ldots, l_N$, každý s veľmi, veľmi, ale naozaj veľmi malou podstavou s. Tieto hranolky sú už prakticky kvádre a na i-ty z nich pôsobí vztlaková sila veľkosti $l_i s\rho g$. Keď tieto sily posčítame, dostaneme

$$F_{vz} = \sum_i l_i s\rho g = V\rho g,$$

keďže $\sum_i l_i s$ je objem ponoreného zemiaku.

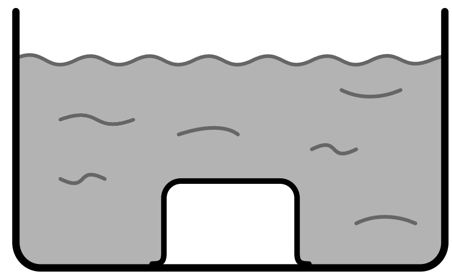
Čo ak neponoríme teleso celé do tej vody? Nebude to problém? Ak to už teraz nevidíte, že dostaneme ten istý výsledok, kde V zodpovedá iba objemu ponorenej časti, tak si to odvodte od začiatku pre tento prípad ;).

Niekto by sa ešte mohol spýtať, a to funguje iba v kvapaline? Nie. Aj taký vzduch na nás pôsobí tlakom, len ho voláme atmosferický. V skutočnosti je dosť veľký, veď $p_{\mathrm{atm}} = 100\,\mathrm{kPa}$ zodpovedá hydrostatickému tlaku v hĺbke 10 m. Avšak hustota vzduchu je príliš malá a preto vztlakovú silu ani necítime. Za týchto podmienok to však znamená, že atmosféra musí byť fakt vysoká.

Príklady

Úloha 1. Do vody hodíme kocku o objeme $1\,\mathrm{dm}^3$ s hustotou $1200\,\mathrm{kg/m^3}$. Aká výsledná sila bude na ňu pôsobiť? Ako by sa zmenila odpoveď, keby mala kocka hustotu $800\,\mathrm{kg/m^3}$?

Úloha 2. Keď je teleso ponorené do vody, pôsobí naň vztlaková sila – hovorí Archimedov zákon. Ak však vezmeme kelímok napr. od margarínu (alebo ešte lepšie nejakú prísavku) a pricapíme ho o dno hrnca (obr. 5) môže tam chvíľu ostať držať a to napriek tomu, že vztlaková sila naň pôsobiaca by mala byť oveľa väčšia ako tiaž kelímka. Prečo je to tak?



Obr. 5: Kelímok v hrnci

Úloha 3. Máme dve kocky so stranami a a b, čiernu a bielu. Čierna položená na vodu má ponor 1 cm, biela má ponor 2 cm. Aký bude ich ponor, ak ich postavíme na seba a necháme plávať? Uvažujte obe možnosti – bielu kocku položenú na čiernej aj naopak.

Úloha 4. Rybár si plával vo svojej loďke na jazere. Keď prišiel do stredu jazera, povedal si, že si pospí, a tak vyhodil z loďky kotvu do jazera, aby ho niekam neodplavilo. Čo sa však stalo s hladinou jazera? Stúpla alebo klesla? Potrebné parametre odhadnite.

Úloha 5. Ohadnite výšku najjednoduchšieho modelu atmosféry, čiže uvažujte konštantnú hustotu :).

Elektrické obvody a zapojenia

Prednášajúci: Denda

Abstrakt

Počas prednášky si ukážeme ako sa chlapsky (a žensky) postaviť k riešeniu elektrických obvodov, ktoré na prvý pohľad vyriešiť nejde. Povieme si niekoľko tipov, ako takéto obvody vyriešiť.

Hlavným cieľom tejto prednášky je, aby ste pochopili, čo je to elektrický potenciál a kedy môžeme beztrestne spájať a rozpájať v elektrických sietiach. Čo je veľmi užitočné, nakoľko mnohé zložité schémy sa dajú jednoduchými trikmi previesť na schému, ktorá je už iba paralelné a sériové zapojenie odporov.

Základom je nasledujúci fakt: *Medzi bodmi, ktoré majú rovnaký potenciál, netečie prúd; tak isto ako žiadne teleso sa samovoľne nehýbe po rovnej zemi.*

To znamená, že:

- Ak je medzi takými dvoma bodmi vodič, môžeme ho kľudne rozpojiť, nakoľko by tadiaľ aj tak prúd netiekol.
- Ak je medzi takými dvoma bodmi rezistor, môžeme ho predať a kúpiť si žuvačku.

- Ak medzi dva takéto body vodič pridáme, nič nepokazíme.
- Môžeme sa tváriť, že tie dva bodu sú jeden a ten istý a spojiť ich do jedného. Opäť nič nepokazíme.
- Ak rozpojením schémy v nejakom bode vzniknú dva body, ktoré majú rovnaký potenciál, opäť sme nič nepokazili. Tento krok je vlastne pridanie vodiča, prekreslenie a jeho následné vypustenie.

Ak teda riešite schému, ktorá vyzerá zložito a netušíte ako na ňu, je fajn pozrieť sa, či sa takýto trik dá použiť a vyskúšať ho. Pri prekresľovaní schém predpokladáme, že potenciál sa mení iba na odporoch (prípadne iných súčiastkách) a vo vodičoch je všade rovnaký. Preto, ak sú dva body spojené iba vodičom, majú rovnaký potenciál.

Ako prísť na to, že dva body majú rovnaký potenciál:

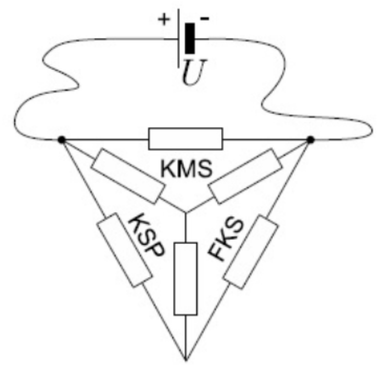
- Výpočtom z Ohmovho zákona ($U = RI$).
- Ak má schéma symetriu (tj. transformáciu, ktorá ju nezmení = prevedie na tú istú), ktorá zachováva body zapojenia, tak body, ktoré sa zobrazia jeden na druhý, majú rovnaký potenciál. Dôvod – pred transformáciou potenciál φ_1, po transformácii φ_2. Ale keďže po transformácii to má byť tá istá schéma (jedná sa o symetriu), tak $\varphi_1 = \varphi_2$.
- Ak má schéma symetriu, ktorá vymení body zapojenia navzájom, tak body, ktoré sa zobrazia sami na seba majú všetky rovnaký potenciál. Dôvod – takáto symetria zobrazí na seba vždy body s opačným potenciálom, lebo v bodoch zapojenia môžeme zobrať potenciály φ, $-\varphi$ a potom z Ohmovho zákona a symetrie pretekajúcich prúdov dostaneme toto tvrdenie: pre body, ktoré sa zobrazia samé na seba platí $\varphi_{\text{pred}} = \varphi_{\text{po}}$, ale $\varphi_{\text{pred}} = -\varphi_{\text{po}}$, takže $\varphi_{\text{pred, po}} = 0$ a teda všetky majú rovnaký (= nulový = presne medzi bodmi zapojenia) potenciál.

Príklady

Úloha 1. Vrcholy štvorca spojíme každý s každým odporom veľkosti R. Aký odpor nameriame medzi protiľahlými vrcholmi? Aký medzi vrcholmi na jednej strane?

Návod. Takýto štvorec je vlastne sieťou štvorstenu, ktorá má úžasné symetrie. [$R/2$ v oboch prípadoch]

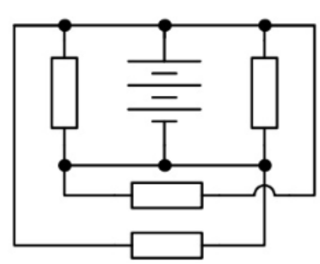
Úloha 2. Šesť rezistorov s odporom R sme zapojili so schémy tvaru Trojstenu. Aký veľký prúd preteká zdrojom?



Obr. 6: Zapojenie Trojstenu

[$2U/R_0$]

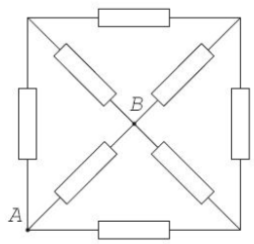
Úloha 3. Aký prúd tečie cez zdroj, ak jeho napätie je U a každý odpor má veľkosť R?



Obr. 7: Zapojenie

[$4U/R$]

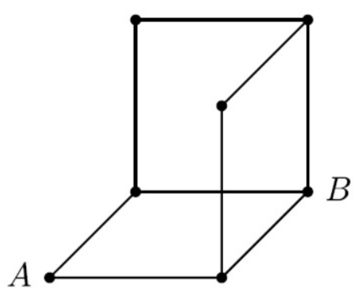
Úloha 4. Osem rovnakých odporov je zapojených podľa obrázku. Aký je odpor medzi bodmi A a B?



Obr. 8: Osem odporov

[$7R/15$]

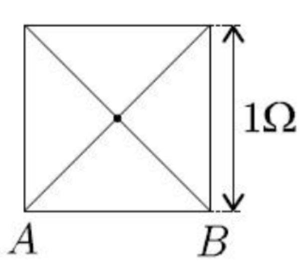
Úloha 5. Z drôtenej kocky odstrihneme tri hrany vychádzajúce z jedného vrcholu. Aký je odpor medzi vrcholmi A a B, ak odpor každej hrany je R_0?



Obr. 9: Drôtená kocka

[$9R/10$]

Úloha 6. Aký je odpor medzi bodmi A a B v takomto zapojení, ak je odpor vodiča úmerný jeho dĺžke?



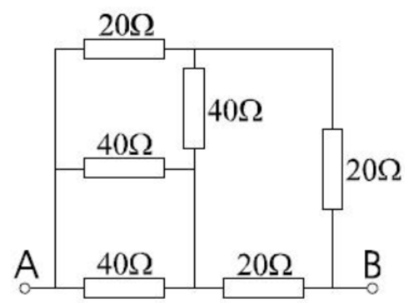
Obr. 10: Zapojenie úmerného vodiča

[$0.478\,\Omega$]

Úloha 7. Kostra štvorstenu ABCD je vyrobená z drôtu tak, že každá hrana má odpor R, iba hrana AB má odpor $2R$. Aký prúd bude pretekať obvodom, ak na túto hranu privedieme napätie U? [$3U/2R$]

Úloha 8. Nájdite odpor medzi bodmi A a B v schéme na obrázku 11.

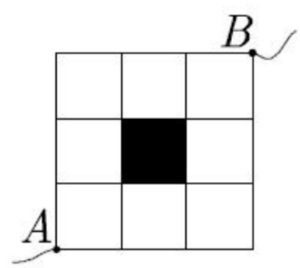
Návod. Ktoré dva odpory sú paralelne zapojené a dajú saň nahradiť jedným, čím úloha získa symetriu?



Obr. 11: Zapojenie medzi bodmi A a B

[$20\,\Omega$]

Úloha 9. V schéme na obrázku je čierny štvorček dokonale vodivý. Aký odpor nameriame medzi bodmi A a B?



Obr. 12: Štvorček

[$8R/5$]

O takmer všetkom, čo bude/bolo na mojej prednáške, ale aj o mnohých ďalších užitočných a zaujímavých veciach sa dočítate na `http://fks.sk/~juro/docs/odpory.pdf`.

Prevody fyzikálnych jednotiek

Prednášajúci: Marek

Abstrakt

Ak ste mali vždy problém s prevodom mikrometrov na decimetre, táto prednáška je pre vás. Okrem prevodov jednotiek sa porozprávame aj o medzinárodnom systéme základných jednotiek SI a naučíme sa, ako vyjadrovať rôzne fyzikálne jednotky (newton, joule, volt) do základných jednotiek.

Predpony

Predpony pred jednotky sa udávajú aby sme nemuseli písať veľa núl. Určite poznáte základnú predponu kilo- (meter, gram…) udáva, že je toho 1000. Väčšina predpon ide po tisíckach ako mili = 0.001, nano = 0.000 001 alebo mega = 1 000 000. Potom sú tu aj také ktoré su desatina deci- alebo desať deka-.

Úloha 1. Koľko litrov je $23\,509\,\mathrm{cm}^3$? Koľko árov je hektár?

Systém SI

Všetky jednotky sú odvodené od siedmich základných jednotiek a to sú meter, sekunda, kelvin, kilogram, mol, kandela, ampér. Niektoré sa definujú podľa fyzikálnych javov iné len podľa prototypu. Napríklad kilogram je jediná jednotka definovaná prototypom.

Úloha 2. Rozložte volt na SI jednotky. Rozložte hertz na SI jednotky.

Úloha 3. Vyvinutá mimozemská rasa používa konštanty ako vlastný základ Jednotiek. Sú to Rýchlosť svetla $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$, Gravitačná konštanta $G = 6.6742 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$ a Planckovu konštantu $h = 6.626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$. Vyjadrite naše základné jednotky pomocou týchto konštánt. (meter, sekunda, kilogram.)

Kladky

Prednášajúci: Denda

Abstrakt

Zamyslíme sa nad tým, ako sa prenášajú sily v lanách (pochopíme, čo je to a ako funguje ťahová sila T). Zistíme, ako funguje kladkostroj a spolu vypočítame niekoľko veľmi poučných príkladov.

Najdôležitejší vzťah, ktorý k tejto téme potrebujeme je druhý Newtonov zákon (tiež známy ako zákon sily): $F = m \cdot a$, ktorý hovorí, že ak sa teleso hmotnosti m pohybuje so zrýchlením a, potom naň musí pôsobiť sila F.

Ťahová sila

O všetkých lanách budeme predpokladať, že sú dokonale pevné – nech na ne pôsobí ľubovoľná sila, stále si držia svoju pôvodnú dĺžku a neroztrhnú sa – a nehmotné. Vďaka týmto predpokladom vieme ukázať, že ak na koniec lana pôsobí nejaká sila, potom sa v lane vytvorí ťahová sila, ktorá je rovnaká po celej jeho dĺžke – čo taktiež znamená, že výslednica síl prislúchajúca ľubovoľnému bodu lana je nulová.

Úloha 1. Majme 2 telesá hmotnosti M a m spojené lanom. Teleso hmotnosti m ťaháme za lano silou F. Určte, s akým zrýchlením sa bude sústava pohybovať a aké budú ťahové sily v jednotlivých lanách.

Kladky – základy

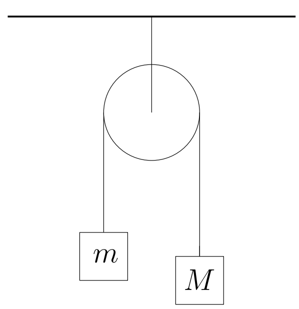
Kladka je koleso na oske, ktorú vieme za niečo zavesiť. Pre jednoduchosť budeme predpokladať platnosť nasledujúcich tvrdení:

- kladka sa vie okolo svojej osky otáčať bez trenia;
- kladka je nehmotná;
- lano sa môže po kladkách pohybovať bez trenia.

Ako útočiť na príklady s kladkami? Tu je odporúčaný postup:

- Nakreslíme si obrázok a pooznačujeme si všetky sily a všetky zrýchlenia.
- Ťahy v tom istom lane musia byť všade rovnaké a zrýchlenia telies na koncoch toho istého lana musia byť tiež rovnaké.
- Na každú kladku musí pôsobiť nulová výslednica síl a nulový moment síl.
- Pre každé teleso si napíšeme pohybovú rovnicu.
- Prípadné záporné zrýchlenia znamenajú, že teleso sa v skutočnosti hýbe opačným smerom, ako sme označili.

Úloha 2. Akým zrýchlením sa budú pohybovať nasledujúce 2 telesá?

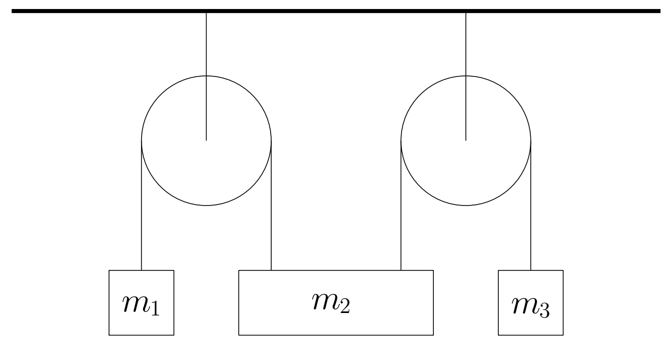


Obr. 13: Kladky

Akou silou je napínané lano, ktorým je kladka pripevnená k stropu?

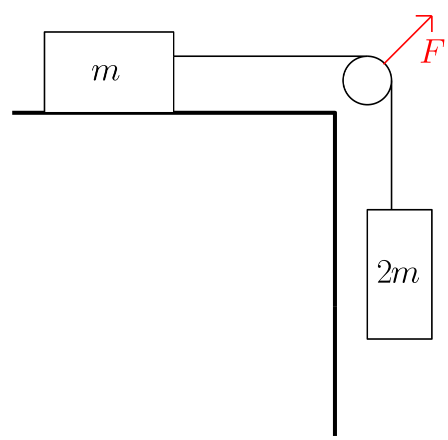
Úloha 3. V predchádzajúcom príklade vypočítajte, akým zrýchlením sa pohybuje ťažisko sústavy týchto dvoch telies.

Úloha 4. Vypočítajte zrýchlenia telies.



Obr. 14: Iné kladky

Úloha 5. Akým zrýchlením sa bude pohybovať táto sústava a akou silou treba ťahať kladku?

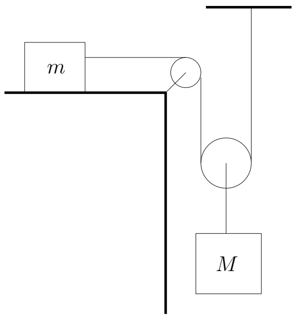


Obr. 15: Inšie kladky

Voľné kladky

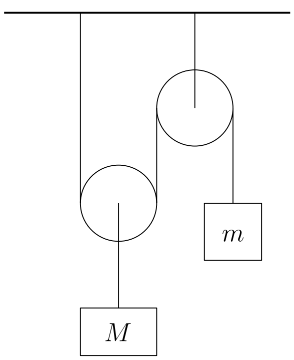
Doteraz sme sa zaoberali iba príkladmi, kde bola kladka pevne uchytená. Ak ju však umiestníme tak, že sa môže voľne pohybovať, dostaneme "voľnú" kladku. Základným pravidlom zostáva, že výsledná sila pôsobiaca na kladku, je nulová – keďže aj hmotnosť kladky je nulová. To však kladke nebráni pohybovať sa so zrýchlením, nakoľko ak $F = 0$ a $m = 0$ tak $F = ma$ je splnené pre ľubovoľné a.

Úloha 6. Akým zrýchlením sa budú pohybovať tieto telesá?



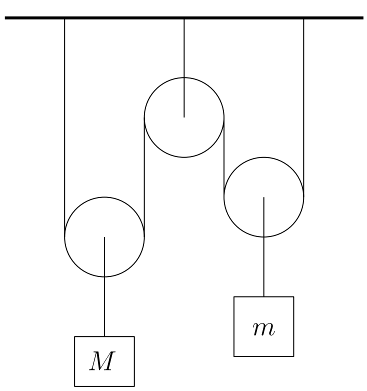
Obr. 16: Stále kladky…

Úloha 7. Aké budú zrýchlenia telies v nasledujúcej sústave?



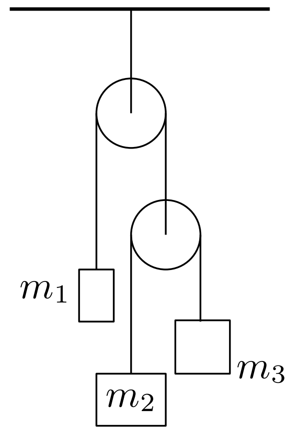
Obr. 17: Hádajte čo!

Úloha 8. Vypočítajte zrýchlenia telies v nasledujúcej sústave.



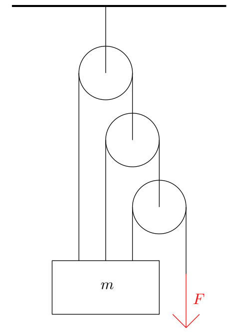
Obr. 18: Áno, kladky

Úloha 9. Aké budú zrýchlenia telies v nasledujúcej sústave?



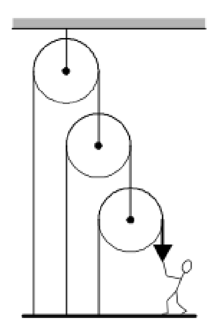
Obr. 19: Kladkovia

Úloha 10. Akou silou musíme pôsobiť na pravé lano, aby sme udržali v ronováhe teleso hmotnosti m?



Obr. 20: Stojace kladky

Úloha 11. Akou silou sa musí človek hmotnosti m držať na tomto systéme kladiek?



Obr. 21: Kladky a človek

Elektrické odpory

Prednášajúci: Denda

Abstrakt

Stredná prednáška predstavuje, čo je to elektrický odpor a ako súvisí s napätím a prúdom (Ohmov zákon). Povieme si, ako sa správa napätie a prúd v sériovom a paralelnom zapojení, z čoho si odvodíme zákony pre celkový odpor týchto zapojení.

Definícia 1. *Odpor* (označujeme R; jednotka ohm (Ω)) je fyzikálna veličina, ktorá vyjadruje schopnosť materiálu zabraňovať prechodu elektricky nabitých častíc.

Definícia 2. *Prúd* (označujeme I; jednotka ampér (A)) je fyzikálna veličina, ktorá vyjadruje množstvo elektrického náboja, ktorý prejde prierezom vodiča za jednotku času:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Dohodnutý smer elektrického prúdu je od '+' do '-'.

Definícia 3. *Napätie* (označujeme U; jednotka volt (V)) je fyzikálna veličina, ktorá vyjadruje rozdiel elektrického potenciálu dvoch bodov. Predstavuje energiu/prácu potrebnú na premiestnenie elektrického náboja medzi týmito dvoma bodmi v určitom elektrickom poli:

$$U = \frac{W}{Q}.$$

Definícia 4. *Ohmov zákon* je experimentálne určená závislosť medzi prúdom a napätím, ktorá nám hovorí, že ak rezistorom s odporom R preteká prúd I, rozdiel napätí na jeho koncoch je

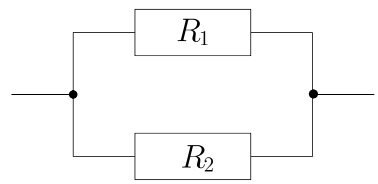
$$U = R \cdot I.$$

Sériové zapojenie

Obr. 22: Sériové zapojenie

Dva odpory s odpormi R_1 a R_2 zapojené sériovo sa dajú nahradiť jedným odporom veľkosti $R = R_1 + R_2$.

Paralelné zapojenie



Obr. 23: Paralelné zapojenie

Dva odpory s odpormi R_1 a R_2 zapojené paralelne sa dajú nahradiť jedným odporom veľkosti

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

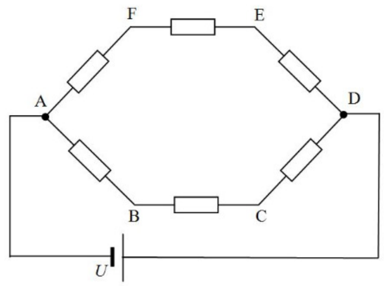
Príklady

Úloha 1. Majme dva odpory. Keď ich zapojíme sériovo, dostaneme odpor $9\,\Omega$. Keď paralelne, dostaneme odpor $2\,\Omega$. Aké sú tieto odpory? [$6\,\Omega$ a $3\,\Omega$]

Úloha 2. Ak každé dva odpory z trojice odporov zapojíme paralelne, dostaneme postupne zapojenies odporom $30\,\Omega$, $40\,\Omega$, $60\,\Omega$. Aký odpor dostaneme, keď zapojíme všetky tri odpory paralelne? [$\frac{80}{3}\,\Omega = 26.667\,\Omega$]

Úloha 3. Z drôtu postavíme domček. Aký je odpor takéhoto zapojenia „pri zemi“? Odpor jednej hrany je R. [$\frac{8}{11}R$]

Úloha 4. Sústava šiestich rezistorov s odpormi R je zapojená do šesťuholníka nasledovne:



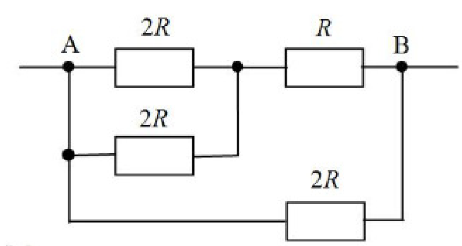
Obr. 24: Odporný šesťuholník

a) Aký je výsledný odpor sústavy rezistorov medzi bodmi A a D?

b) Medzi body A a D pripojíme ďalší rezistor s odporom R. Aký bude výsledný odpor sústavy medzi bodmi A a D v tomto prípade?

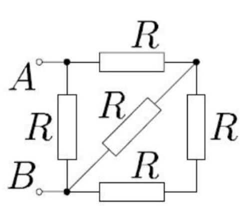
c) Do obvodu pripojíme ešte ďalšie dva rezistory s odporom R, a to jeden medzi body A, C a druhy medzi body A, E. Aký bude výsledný odpor sústavy rezistorov medzi bodmi A a D v tomto prípade?

Úloha 5. Rezistory s odpormi R a $2R$ sú zapojené podľa schémy na obrázku. Určte výsledný odpor medzi koncovými bodmi A a B.



Obr. 25: Prvé zapojenie

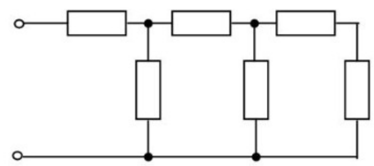
Úloha 6. Nájdite odpor nasledujúceho zapojenia.



Obr. 26: Druhé zapojenie

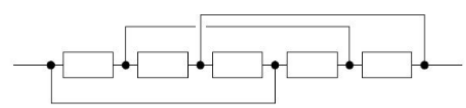
$[\frac{5}{8}R]$

Úloha 7. Je odpor nasledujúcej schémy väčší alebo menší ako odpor jedného rezistoru R? Môžeme dosiahnuť odpor menší ako R pridávaním ďalších odporov rovnakým spôsobom? Ako a koľko najmenej odporov treba pridať do zapojenia, aby jeho odpor bol menší ako R?



Obr. 27: Tretie zapojenie

Úloha 8. Nájdite odpor nasledujúceho zapojenia. Každý rezistor ma odpor R.

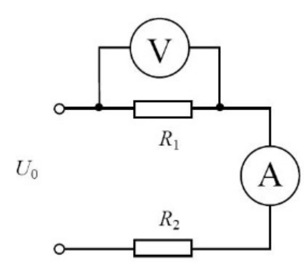


Obr. 28: Štvrté zapojenie

$[R/2]$

Úloha 9. Majme zdroj s napätím U, ku ktorému sme pripojili rezistor. Týmto rezistorom prechádzal prúd 3 A. Potom sme spravili to isté s iným rezistorom a dostali sme prúd 10 A. Aký prúd bude tiecť oboma rezistormi zapojenými za sebou k tomu istému zdroju? $[\frac{30}{13}\,\mathrm{A}]$

Úloha 10. Ak zapojíme elektrický obvod podľa obrázka na zdroj konštantného napätia U_0, voltmeter ukáže hodnotu U_1.



Obr. 29: Piate zapojenie

a) Aký prúd I_1 prechádza ampérmetrom?

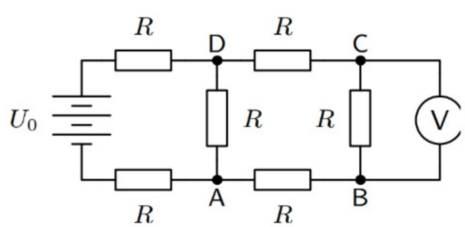
b) Aká je hodnota napätia U_0 (zdroja napätia)?

c) Akú hodnotu napätia U_2 a prúdu I_2 nameriame voltmetrom a ampérmetrom, ak voltmeter pripojíme paralelne k rezistoru s odporom R_2?

Úloha 11. a) Dva odpory R_1 a R_2 zapojíme do série a k nim paralelne pripojíme odpor R_3. Ak takúto schému zapojíme na napätie U, aký veľký prúd bude prechádzať každým z odporov a aké veľké napätie na nich bude?

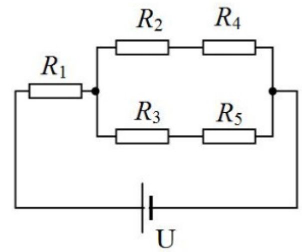
b) Obdobne ako v predchádzajúcej úlohe, ale vo vymenenom garde. Dva odpory R_1 a R_2 zapojíme paralelne a k nim do série pripojíme odpor R_3.

Úloha 12. Akú hodnotu bude ukazovať voltmeter v nasledujúcej schéme?



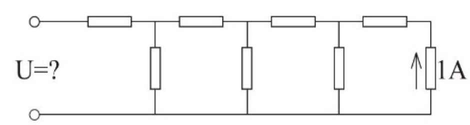
Obr. 30: Šieste zapojenie

Úloha 13. Majme zapojenie ako na obrázku, pričom $R_4 < R_2 = R_5 < R_3 < R_1$. Zoraďte odpory podľa prúdu, ktorý prechádza odporom, ak odpory pripojíme na zdroj napätia U.



Obr. 31: Siedme zapoejenie

Úloha 14. Každý odpor tejto siete má veľkosť $1\,\Omega$. Cez posledný odpor prechádza prúd $1\,\mathrm{A}$. Aké je napätie na vstupe?



Obr. 32: Ôsme zapojenie

[34 V]

O takmer všetkom, čo bude/bolo na mojej prednáške, ale aj o mnohých ďalších užitočných a zaujímavých veciach sa dočítate na `http://fks.sk/~juro/docs/odpory.pdf`.

Optika

Prednášajúci: Dušan

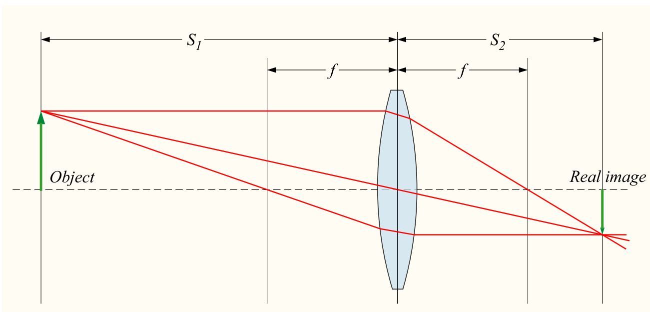
Abstrakt

Na prednáške si ukážeme, ako prechádzajú svetelné lúče rôznymi šošovkami a ako sa odrážajú na zakrivených zrkadlách. Povieme si základné zobrazovacie pravidlá šošoviek, čo si ihneď ukážeme v praxi.

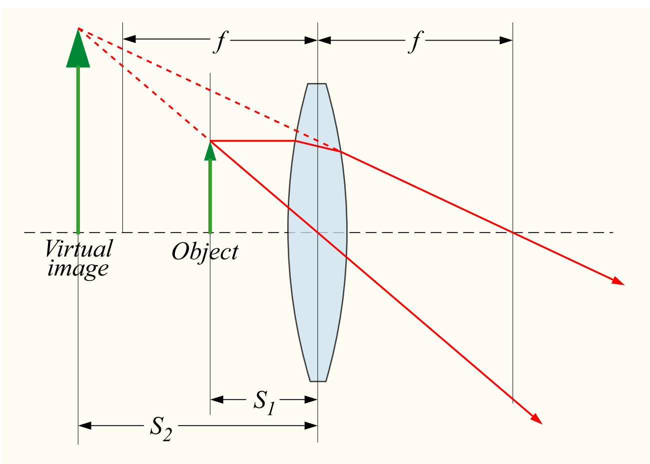
Zobrazovanie šošovkami

Šošovky sú optické "zariadenia", ktoré účelne zmenia smer šírenia sa svetla, keď cez ne prejde. Spojkami nazývame tie šošovky, ktoré svetlo koncentrujú a rozptylky ako názov hovorí, rozptylujú svetelné lúče. Ďalší užitočný pojem je ohnisková vzdialenosť f. To je charakteristika každej šošovky, a je to vzdialenosť bodu, do ktorého sa skoncentrujú rovnobežne prichádzajúce lúče.

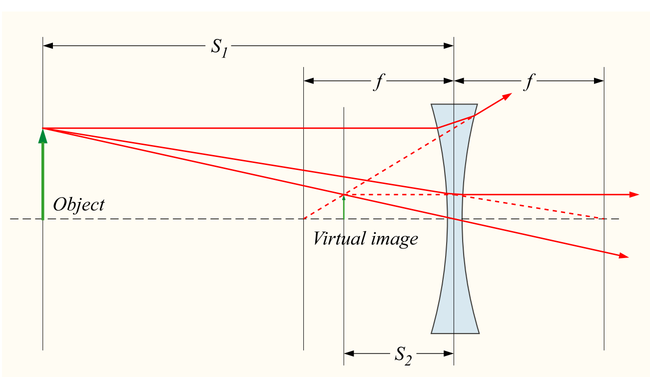
Vo zvyšku si uvedieme najmä obrázky a nejakú tú rovnicu, ktorá nám popisuje ako sa zobrazujú predmety cez šošovku. Uvedieme ich bez hlbšieho vysvetlenia :)



Obr. 33: Reálny obraz zobrazený spojkou



Obr. 34: Imaginárny obraz zobrazený spojkou



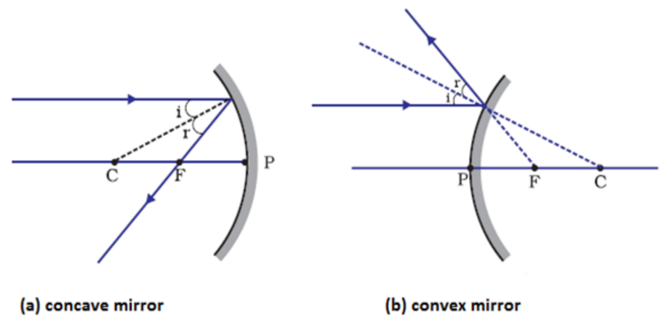
Obr. 35: Zobrazenie rozptylkou

Pre vzdialenosti predmetov a obrazov od šošovky platí zobrazovacia rovnica

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{f}.$$

Zobrazovanie zrkadlami

Podobne ako pri šošovkách to funguje aj s guľovými zrkadlami.[3]. Guľové zrkadlá majú ohnisko vo vzdialenosti $f = R/2$, kde R je polomer gule. Opäť za všetko hovorí obrázok.[4]



Obr. 36: Zobrazenie zrkadlami

Snellov zákon

Dôvodom, prečo šošovky fungujú, je to, že svetlo sa šíri rôznymi rýchlosťami v rôznych prostrediach. Uvažujme vo všeobecnosti dve prostredia, pričom v jednom je rýchlosť svetla v_1 a v druhom v_2. Keď však charakterizujeme optické prostredia, zvykneme používať iné veličiny. Konkrétne index lomu, ktorý je definovaný ako pomer rýchlosti svetla vo vákuu k rýchlosti svetla v prostredí, čiže $n = c/v$. Ak teda platí $v_1 > v_2$, tak $n_1 < n_2$.

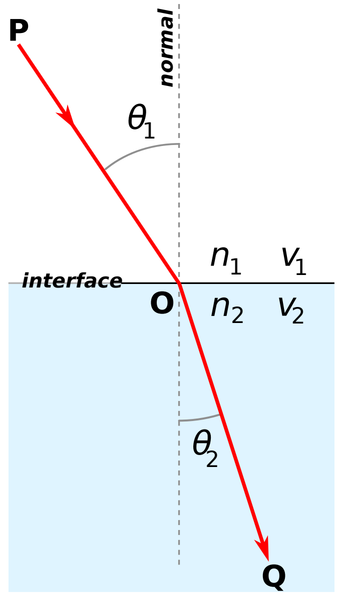
Taktiež vieme, že svetlo sa šíri po dráhe, ktorú mu trvá prejsť najkratší čas. To teda znemená, že keď bude prechádzať z jedného optického prostredia do druhého, bude sa lámať ako na obrázku.[5] To ako presne sa bude lámať popisuje Snellov zákon

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

[3]Guľové zrkadlá nespĺňajú tieto zákony ideálne, ale v prvom priblížení, sú dobré. . .

[4]Ak to niekomu nestačí, vysvetlenie dostane na prednáške.

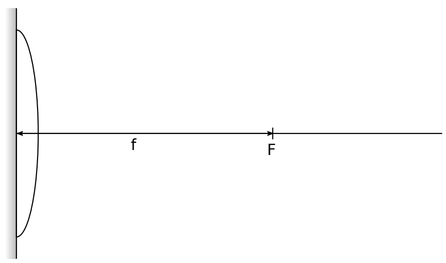
[5]V závislosti od toho, či sa prostredie zhusťuje alebo zrieďuje, sa bude lámať ku kolmici alebo od kolmice. Premyslite si to ;)



Obr. 37: Lom svetla na rozhraní prostredí

Príklady

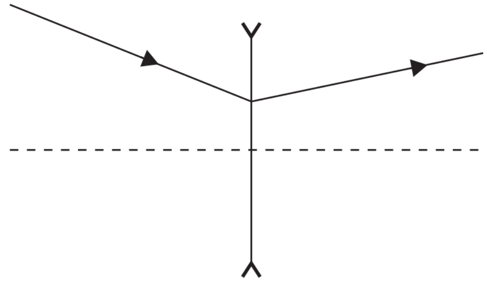
Úloha 1. Marcelka vzala ploskovypuklú šošovku s ohniskovou vzdialenosťou f a ploskou stranou ju priložila k rovinnému zrkadlu, ako to znázorňuje obrázok. Do ohniska šošovky vložila bodový zdroj svetla. Geometricky určte, kde sa lúče vychádzajúce zo zdroja stretnú (tj. kde vznikne obraz).



Obr. 38: Polšošovka

Úloha 2. Halucinka má dve zrkadlá, ktoré zvierajú uhol $\alpha < 90°$. Namierila medzi ne svetelný lúč rovnobežne s jedným zo zrkadiel, vzdialenosť medzi týmto zrkadlom a lúčom je d. Ako najbližšie ku spojnici zrkadiel sa lúč počas odrážania dostane?

Úloha 3. (Toto je ťažká úloha) Na obrázku je znázornená ideálna šošovka, jej optická os a dráha jedného lúča pri prechode šošovkou. Zakreslite do obrázku jej ohnisko.



Obr. 39: Prechod jedného lúču

Úloha 4. Uvažujme šošovku vyplnenú vzduchom, ktorá má tvar bežnej spojky s polomermi R. Umiestnime ju do vody. Dajme teraz zdroj svetla ďaleko od nej. V akej vzdialenosti za šošovkou sa lúče zo zdroja skoncentrujú? Index lomu vody je n.

Otáčavý pohyb

Prednášajúci: Paťo

Abstrakt

Ťažká prednáška predstavuje často nové fyzikálne pojmy: uhlová rýchlosť, uhlové zrýchlenie a moment zotrvačnosti. Povieme si, ako otáčanie telies súvisí s momentami pôsobiacich síl, čo si ukážeme na konkrétnom príklade.

Staré pojmy → nové pojmy

Otáčavý a posuvný pohyb sú z pohľadu matematiky, ktorá tieto pohyby popisuje, veľmi podobné deje. To, že teleso vykonáva posuvný pohyb zistíme tak, že zmeriame, že teleso prešlo nejakú *dráhu*. Pri otáčavom pohybe zasa musíme zmerať, že teleso okolo nejakej osi opísalo nejaký *uhol*. Môžeme teda povedať, že veličinou odpovedajúcou prejdenej dráhe (v metroch) je v otáčavej mechanike opísaný uhol (v stupňoch alebo radiánoch[6]).

Našťastie pre nás, rovnaké analógie platia aj (takmer) pre všetky ostatné veličiny:

- *Uhlová rýchlosť* (značí sa ω) je jednoducho uhol, ktorý otáčajúce sa teleso opíše za nejaký čas. Jednotkou uhlovej rýchlosti je radián za sekundu, čo sa typicky skracuje len na 1/s.
- *Uhlové zrýchlenie* (značí sa ε) je, podobne ako posuvné zrýchlenie, rovné zmene uhlovej rýchlosti za jednotku času. Jednotka uhlového zrýchlenia je $1/\mathrm{s}^2$.
- Analógiou sily, je *moment sily* (ozn. M), čo je jednoducho sila vynásobená jej *ramenom* (kolmá vzdialenosť od vektoru sily k príslušnému bodu otáčania). Jej jednotkou je $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$.

Naviac, pre analogické otáčavé veličiny platia rovnaké zákony, ako v prípade posuvného pohybu. Teda napríklad druhý Newtonov zákon, ktorý spája silu a zrýchlenie

$$F = ma,$$

platí v prípade otáčavého pohybu medzi momentom sily a uhlovým zrýchlením v tvare

$$M = I\varepsilon,$$

kde veličina I je otáčavou analógiou ku hmotnosti a nazýva sa *moment zotrvačnosti*. Jej jednotkou je $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$ (všimnite si, že rovnica má na oboch stranách rovnaké jednotky) a vyjadruje "nevôľu"predmetov sa otáčať, rovnako ako hmotnosť vlastne vyjadruje nevôľu predmetov sa pohybovať (resp. meniť svoj pohyb). Viac si o momente zotrvačnosti môžete prečítať v ďalšej časti tejto prednášky.

Ďalšia (a posledná) dôležitá analógia sa uplatňuje v prípade kinetickej energie, ktorá má v otáčavej mechanike (tzn. vtedy, keď ťažisko telesa nevykonáva žiaden posuvný pohyb) tvar

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Moment zotrvačnosti

Definovanie momentu zotrvačnosti ako o miere lenivosti telesa otáčať sa je síce správne, ale veľa informácií o tom, ako moment zotrvačnosti *vypočítať* takto nezískame. Ak sa na situáciu pozrieme mikroskopicky, tzn. teleso si rozložíme na jednotlivé atómy a pozeráme sa, ako momenty síl pôsobia na ich pohyb, zistíme, že moment zotrvačnosti atómu (respektíve hmotného bodu) o hmotnosti m, ktorého kolmá vzdialenosť k osi otáčania je r, je rovný $i = mr^2$. Moment zotrvačnosti celého telesa vypočítame tak, že sčítame momenty zotrvačností všetkých atómov.

Tabuľka 2: Momenty zotrvačnosti základných telies

teleso	I
tenká obruč (hmotnosť m, polomer r)	mr^2
valec (hmotnosť m, polomer r)	$\frac{1}{2}mr^2$
guľa (hmotnosť m, polomer r)	$\frac{2}{5}mr^2$
tenká tyč (hmotnosť m, dĺžka l)	
- os v polovici	$\frac{1}{24}ml^2$
- os na konci	$\frac{1}{3}ml^2$

Tento prístup už síce dáva návod, ako moment zotrvačnosti vypočítať, no je strašne nepraktický (komu by sa už chcelo zisťovať vzdialenosti *všetkých* atómov v nejakom telese od osi otáčania...). Našťastie pre nás však môžeme aj moment zotrvačnosti celého telesa vyjadriť ako súčin jeho hmotnosti M a druhej mocniny nejakého charakteristického rozmeru (typickky je týmto rozmerom polomer telesa, resp. jeho dĺžka). To ale nie je všetko. Na moment zotrvačnosti telesa má

[6] Radián je tiež jednotka, ktorou meriame veľkosti uhlov. Ba čo viac, uhly vyjadrené v radiánoch sú vo fyzike oveľa praktickejšie.

vplyv aj spôsob rozmiestnenia hmoty v telese. Preto, v závislosti na konkrétnom type telesa, je moment zotrvačnosti vynásobený ešte tzv. geometrickým faktorom.

Počítanie momentov zotrvačnosti komplikovanejších telies je možné a existuje na to niekoľko užitočných trikov (princíp superpozície, Steinerova vetas), ktoré sa naučíte používať na strednej škole. Spoiler alert: pre polovicu fyzikov je to super zábava, pre druhú polovicu strašné utrpenie :P.

Príklady

Úloha 1. Moment zotrvačnosti Paťovej obľúbenej guličky je I. Aký je moment zotrvačnosti Paťovej druhej obľúbenej guličky? Obe guličky sú vyrobené z rovnakého materiálu, no Paťova druhá obľúbená gulička má polovičný polomer. $[I' = I/32]$

Úloha 2. Jojo je vlastne tenká a ľahká nitka namotaná na valcovom jadre. Jadro má hmotnosť m a polomer r. Zistite, akým zrýchlením jojo padá k zemi ak ho používame tak, ako máme. $[a = 2g/3]$

Páky

Prednášajúci: Samko

Abstrakt

Na tejto prednáške sa naučíme, ako správne počítať s momentmi síl, ktoré budú pôsobiť v rôznych miestach pák. Na príkladoch zistíme, ako zapísať rovnováhu momentov síl na páke a ukážeme si, ako riešiť príklady, v ktorých sa páky vyskytujú.

Keď chceme počítať niečo s kladkami alebo vo všeobecnosti s otáčajúcimi sa telesami, nezaobídeme sa bez momentu sily. Ten je veličinou, ktorá vyjadruje, aký otáčavý účinok má na teleso nejaká sila. Ak sila F pôsobí kolmo na kolmicu k osi otáčania, vypočítame ho ako $M = Fr$, pričom r je vzdialenosť od osi otáčania. Keď nejaká sila otáča teleso proti smeru hodinových ručičiek, moment bude kladný, v smere zas záporný.

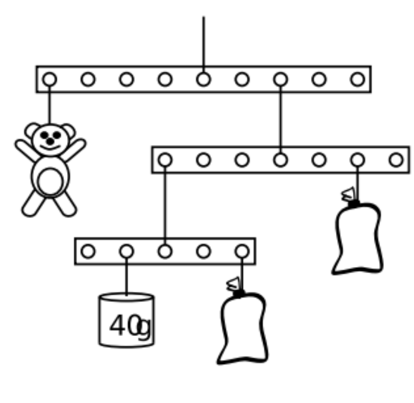
Páky sa vyskytujú naozaj skoro všade okolo nás. Keď chceme počítať s nejakou konkrétnou pákou, musíme si vždy najskôr uvedomiť, aké všetky sily na ňu pôsobia. Z nich potom vieme vypočítať momenty, ktorými pôsobia a keď ich sčítame, dostaneme celkový moment, ktorý pôsobí na teleso, ktorý nám určí, ako sa bude teleso otáčať.

Úloha 1. Na koncoch hojdačky sedia Ľubo (vľavo) a Peťo (vpravo). Príliš im to ale nejde, pretože Peťo je výrazne tažší. Kam si má sadnúť Ľubova malá sestra Ľubica tak, aby celá hojdačka bola v rovnováhe? Ľubica váži 10 kg. Ľubo váži 50 kg, Peťo váži 90 kg, obaja sedia meter od osi otáčania – stredu hojdačky.

Vo všeobecnosti páky delíme na dvojzvratné a jednozvratné. Pri dvojzvratných sú ramená na opačných stranách od osi otáčania (nožnice). Naopak, pri jednozvratných sú na tej istej strane (páčidlo).

Úloha 2. Ktorý luskáčik je lepší? Jednozvratný alebo dvojzvratný? Uvažuj, že majú rovnakú celkovú dĺžku (od osi po koniec ramien).

Úloha 3. Koľko váži macko, ak je všetko v rovnováhe?



Obr. 40: Páky a macko

Ťažisko alebo hmotný stred sústavy je bod, ktorý sa pohybuje, ako keby v ňom bola sústredená celá hmotnosť sústavy a pôsobili v ňom všetky sily pôsobiace na sústavu. Uvidíme, že má toho s pákami celkom dosť spoločného.

Úloha 4. Na koncoch nehmotnej tyče dĺžky r máme pripevnené závažia s hmotnosťami m_1 a m_2. Kde sa nachádza ťažisko?

Úloha 5. Dve sily, ktoré pôsobia mimo ťažiska na teleso pod divnými uhlami. Vypočítaj silu, ktorá posúva teleso a moment, ktorý ho otáča.

Stavová rovnica ideálneho plynu

Prednášajúci: Jarka

Abstrakt

Stavová rovnica popisuje, ako spolu súvisí tlak, objem a teplota ideálneho plynu. Povieme si, prečo táto rovnica platí, a ako táto rovnica popisuje zohrievanie plynu pri konštantnom tlaku, objeme, alebo rozpínanie plynu pri konštantnej teplote. Na konci prednášky si povieme, ako dobre tento model sedí s realitou.

Na úvod si zavedieme pojem stredná kvadratická rýchlosť:

$$v_k^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots + v_n^2}{N}$$

Dozvieme sa, že stredná kinetická energia všetkých plynov pri danej teplote je rovnaká a nezávisí od hmotnosti molekuly plynu:

$$E_\mathrm{k} = \frac{3}{2}kT,$$

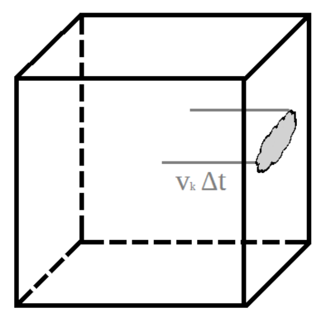
kde $k = 1.38 \cdot 10^{-23}\mathrm{JK}^{-1}$ je Boltzmannova konštanta a T je termodynamická teplota.

Ďalej si odvodíme stavovú rovnicu ideálneho plynu:

$$F_0 = \frac{\delta p}{\Delta t} = \frac{2m_0 v_\mathrm{k}}{\Delta t}$$

Počet častíc, ktoré narazia na plochu S za čas δt určíme pomocou obrázku 41:

$$N_0 = \frac{1}{6}\frac{N}{V}v_\mathrm{k}\Delta t S$$



Obr. 41: K odvodeniu

Nakoniec:

$$p = \frac{\frac{1}{6}\frac{N}{V}v_\mathrm{k}\Delta t S\ \frac{2m_0 v_\mathrm{k}}{\Delta t}}{S},$$

$$pV = Nk\,T.$$

Keďže zvyčajne nepoznáme počet molekúl plynu, používa sa iný tvar:

$$pV = nR_\mathrm{m}T,$$

kde $R_\mathrm{m} = 8.31\mathrm{JK}^{-1}\mathrm{mol}{-1}$ je molová konštanta plynu.

Tepelné deje:

1) izobarický dej – tlak je konštantný:

$$\frac{V}{T} = \text{konšt.} \qquad \Delta U = Q + W, \qquad W = p\Delta V.$$

2) izochorický dej – objem je konštantný:

$$\frac{p}{T} = \text{konšt.} \qquad W = 0, \qquad \Delta U = Q.$$

3) izotermický dej – teplota je konštantná:

$$pV = \text{konšt.} \qquad \Delta U = 0, \qquad W = Q.$$

Príklady

Úloha 1. Koľko molekúl je v guľatej nádobe s vnútorným polomerom 3 cm, naplnenej kyslíkom O_2, ktorý má teplotu 27°C a tlak $1.36 \cdot 10^{-2}$ Pa.

Úloha 2. Určite objem oxidu uhličitého s hmotnosťou 1 g pri teplote 210°C a tlaku 1 kPa.

Úloha 3. Ideálny plyn uzavretý v nádobe má objem $1.3\,\mathrm{m}^3$ a teplotu −13.15°C. Aký je tlak tohto plynu, ak jeho látkové množstvo je 4 kilomoly?

Úloha 4. V 20-litrovej tlakovej nádobe je vodík pod tlakom 101.97 kPa. Vypočítajte, ako sa zmení tlak v nádobe:

a) ochladením z teploty 20°C na −20°C,

b) zahriatím z 20°C na 50°C

Hydrostatický tlak

Prednášajúci: Jarka

Abstrakt

Na prednáške sa dozviete, čo to hydrostatický tlak je, a ako sa vypočíta. Naučíme sa s tlakom pracovať a budeme sa zamýšľať nad tým, ako to je s atmosférickým tlakom. Ukážeme si viacero paradoxov, ktoré si neskôr vysvetlíme.

Tlak je definovaný ako pomer $p = F/S$. Pre tlak vyvolaný vonkajšou silou platí Pascalov zákon: Tlak v kvapaline, ktorý vznikne pôsobením vonkajšej sily na povrch kvapaliny v uzavretej nádobe, je v každom mieste kvapaliny rovnaký. Využíva sa v hydraulických zariadeniach:

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

Hydrostatický tlak je spôsobený tiažovou silou kvapaliny:

$$p = \frac{F_g}{S} = \frac{Sh\rho g}{S} = h\rho g.$$

Hydrostatický paradox: Tlak na dno nádoby je rovnaký vo všetkých nádobách (nezáleží na tvare), pokiaľ majú rovnakú výšku hladiny. Nezáleží na ploche dna ani na objeme vody v nádobe.

Tlak vyvolaný vlastnou tiažou v plyne sa nazýva aerostatický. Aerostatický tlak v atmosfére nazývame atmosférický. Jeho normálna hodnota na povrchu Zeme je približne 100 kPa. S narastajúcou výškou sa znižuje.

Pre tlak v kvapaline umiestnenej v atmosfére v hĺbke h platí: $p = h\rho g + p_\mathrm{a}$, kde p_a je atmosférický tlak

Príklady

Úloha 1. Na piest s priemerom $d = 20$ cm, ktorý je položený na povrchu kvapaliny pôsobíme silou $F = 50$ N. Aký veľký tlak vyvolá sila v kvapaline?

Úloha 2. Hydraulické napínacie zariadenie má plochu malého piesta $5\,\mathrm{cm}^2$ a plochu veľkého piesta $100\,\mathrm{cm}^2$. Akú veľkú napínaciu silu dosiahneme na veľkom pieste, ak na malom pieste budeme pôsobiť silou 10 N?

Úloha 3. Polomer kruhovej podstavy menšieho piesta hydraulického lisu je 4 cm. Aký polomer musí mať kruhová podstava druhého väčšieho piesta, ak silou 80 N treba vyvolať tlakovú silu 11 520 N?

Úloha 4. Aký tlak bude v mori s hustotou $1\,025\,\mathrm{kgm^{-3}}$, v hĺbke $5\,\mathrm{m}$?

a) Ak neuvažujeme vzduch nad hladinou,

b) Ak berieme do úvahy aj atmosféru.

Úloha 5. Turista nameral na úpätí hory atmosférický tlak $1\,020\,\mathrm{hPa}$, na vrchole hory tlak $955\,\mathrm{hPa}$. Aký výškový rozdiel turista pri výstupe na horu prekonal?

Úloha 6. Vo valcovej nádobe s podstavou $S = 100\,\mathrm{cm^2}$ sú $2\,\mathrm{kg}$ ortuti ($\rho_{\mathrm{Hg}} = 13\,600\,\mathrm{kgm{-}3}$) a $1\,\mathrm{kg}$ vody ($\rho_{\mathrm{H_2O}} = 1\,000\,\mathrm{kgm^{-3}}$). Určite hydrostatický tlak na dno nádoby!

Trenie

Prednášajúci: Paťo

Abstrakt

Prednáška pojednáva o trení. Povieme si, ako vypočítame treciu silu šmykového trenia, no zároveň ukážeme, že s trením to nie je také jednoduché. Na viacerých príkladoch si budeme vysvetľovať, ako zistiť veľkosť a smer trecích síl. Na konci si povieme, čo je to valivé trenie(odpor) a ako sa odlišuje od trenia šmykového.

Ako trenie vzniká?

Trenie je fyzikálny jav, ktorý sa realizuje vždy medzi dvomi povrchmi, ktoré sú *dostatočne blízko* od seba. V našom makroskopickom merítku povieme, že povrchy sú *v kontakte*. Je preto zrejmé, že za trením stojí nejaké silové pôsobenie medzi atómami jednotlivých povrchov.

Ako všetci vieme, materiály sú zložené z atómov. A atómy sú zložené z protónov a neutrónov, ktoré sú tesne naskladané do atómového jadra, a elektrónov, ktoré poletujú okolo jadra, v tzv. elektrónovom obale. Práve elektróny, ktoré sa (z rôznych príčin) vyskytnú na povrchoch materiálov, sú za trenie zodpovedné.

Vieme, že všetky elektróny sú záporne nabité a od seba sa odpudzujú (materiály toto odpudzovanie vydržia kvôli tomu, že s protónmi sa elektróny naopak priťahujú). Vzájomne sa budú preto odpudzovať aj jednotlivé povrchy – samozrejme v prípade, že sa tieto povrchy dostanú k sebe *dostatočne* blízko.

Odpudzovanie blízkych povrchov samo o sebe trenie nemôže spôsobiť (práve naopak). Druhý jav, vďaka ktorému trenie vzniká, je prirodzená drsnosť všetkých povrchov. Inak povedané, reálne povrchy nie sú nikdy dokonale rovné (nech sa akokoľvek snažíme povrch vyleštiť).

Keď sa dva povrchy trú, spomínané nerovnosti sa tak často k sebe približujú, rôzne kopčeky a dolinky do seba zapadajú. Tým vznikajú miesta, kde odpudivá sila elektrónov pôsobí proti smeru vzájomného pohybu povrchov – čiže vzniká trenie.[7]

Ak sa materiály voči sebe nepohybujú, oba povrchy sa mierne zdeformujú tak, aby výsledná odpudivá sila presne vyrovnala okolité sily (hlavne tiaž). Pokiaľ začneme na jedno z telies pôsobiť silou, na niektorých miestach začneme výbežky povrchov k sebe približovať (tieto posuny sú však tak malé, že ich nemôžeme pozorovať), takže trecia sila začne narastať presne tak, aby *vyrovnala* pôsobenie týchto narušiteľkých síl.

Ďalším zvyšovaním pôsobiacej sily bude samozrejme narastať aj trecia sila, no nie donekonečna (to ste si asi všimli z bežného života). V istom momente budeme pôsobiť dostatočne veľkou silou na to, aby sa kopčeky jedného povrchu dostali z doliniek druhého povrchu a začali preskakovať do iných doliniek, čiže povrchy sa začnú po sebe šmýkať (preto sa tomuto typu trenia hovorí *šmykové trenie*).

[7] Miesta, kde odpudivá sila pôsobí v zvislom smere zasa zaručujú, že dva objekty cez seba neprepadnú.

Ako trenie popísať fyzikálne?

Z predošlého textu sa môže zdať, že trenie je vlastne veľmi neusporiadaný jav, a výsledný pohyb povrchov sa javí veľmi nerovnomerný a trhaný. V reálnom svete[8] nič také však nepozorujeme. To je divné, nie? Uniká nám totiž fakt, že toto nepravidelné silové pôsobenie sa realizuje na všetkých nepravidelnostiach povrchu súčasne. Takže, my pozorujeme len *štatistický priemer* týchto javov, ktorý sa správa presne podľa odpozorovaných pravidiel, teda fyzikálnych zákonov.

Šmykové trenie

Ako sme už hovorili, šmykové trenie sa realizuje medzi dvomi povrchmi. Trecia sila šmykového trenia sa riadi tromi jednoduchými pravidlami:

- Trecia sila *vždy* pôsobí proti smeru pohybu telesa. Aj vtedy, keď sa teleso vplyvom trenia nepohybuje (áno, je to zvláštne, ale ak sa zamyslíte, toto pravidlo naozaj dáva zmysel[9]).

- Veľkosť trecej sily je vždy taká, aby výsledná sila, ktorá na teleso pôsobí *v smere pohybu* bola nulová. To ale platí len do momentu, kedy je trecia sila menšia ako jej maximálna možná hodnota.

- Maximálnu hodnotu trecej sily vypočítame podľa vzťahu
$$F_{\mathrm{tm}} = fF_{\mathrm{p}}, \tag{1}$$
kde F_{p} je *prítlačná sila*, ktorou sú povrchy k sebe pritláčané a f je *koeficient*[10] *šmykového trenia.*

Tento koeficient je bezrozmerná veličina a medzi jednotlivými dvojicami materiálov sa zisťuje experimentálne (napríklad pre trenie dreva na dreve je koeficient rovný asi 0.6).

Situácia sa o trochu komplikuje tým, že rozoznávame dva koeficienty, a to statický a dynamický. Statický koeficient popisuje treciu silu, ktorý sa vyvíja vtedy, keď chceme pôvodne nepohybujúcimi sa povrchmi pohnúť. Dynamický koeficient zasa popisuje trenie, ktoré vzniká medzi pohybujúcimi sa povrchmi. Typicky je statický koeficient trenia väčší, ako dynamický.

Valivé trenie

Valivé trenie[11] vzniká na podobnom princípe, ako šmykové trenie (odpor mikroskopických výstupkov na povrchov materiálov) a uplatňuje sa všade tam, kde sa valí nejaký okrúhly objekt po podložke. Do valivého trenia započítavame aj trenie v dôsledku deformácie podložky a kolesa.

Pravidlá, ktoré valivé trenie splňuje, sú:

- Smer sily valivého trenia pôsobí proti smeru pohybu telesa.

- Veľkosť sily valivého trenia sa rovnako, ako v prípade šmykového trenia, prispôsobuje pôsobeniu okolitých síl. Typicky je ale valivé trenie tak malé, že ho uvažujeme len v prípade, že dosahuje svojej maximálnej hodnoty.

- Maximálna veľkosť sily valivého trenia je daná vzťahom
$$F_{\mathrm{v}} = \frac{\xi F_{\mathrm{p}}}{R}, \tag{2}$$
kde F_{p} je opäť prítlačná sila, R je polomer valiaceho sa telesa a ξ je *rameno valivého trenia.*

Rameno ξ je materiálová konštanta podobná koeficientu šmykového trenia. Tiež sa určuje experimentálne pre dvojice rôznych materiálov, avšak jej fyzikálny rozmer je meter. Typická hodnota pre valenie dreva na dreve je $\xi = 0.8\,\mathrm{mm}$.

Príklady

Úloha 1. Auto sa rozbieha na križovatke. V akom smere pôsobí sila šmykového trenia a v akom smere pôsobí sila valivého odporu?

[8] Vyskúšajte si!

[9] Predstave si, že treciu silu náhle odstránite. Akým smerom sa teleso začne pohybovať?

[10] Niekedy tiež súčiniteľ.

[11] Niekedy mu hovoríme aj valivý odpor.

Úloha 2. Na naklonenej rovine stojí kváder. Nakreslite, aké sily na kváder pôsobia. V akom smere pôsobí trecia sila?

Úloha 3. Na naklonenej rovine s uhlom 10° stojí kváder o hmotnosti 100 g. Aká je veľkosť trecej sily, ak koeficient statického šmykového trenia je 0.7?

Úloha 4. Na meranie statických koeificientov šmykového trenia f_s používame naklonenú rovinu. Na dosku (rovinu) položíme kváder a meriame uhol α naklonenia roviny, pri ktorom sa kváder začne pohybovať. Ako súvisí tento uhol s koeficientom f_s? Vypočítajte ho!

Prečo je výsledok zlý?

Prednášajúci: Marek

Abstrakt

Ak neviete, ako odhaľovať chyby vo výsledkoch vašich riešení, táto prednáška je určená pre vás. Naučíme sa, ako fungujú dve metódy odhaľovania zlých výsledkov, rozmerová analýza a správanie v hraničných podmienkach.

Rozmerová analýza

Rozmerová analýza je rýchla metóda určenia nesprávnosti výsledku. Ide o jednoduchý princíp kde sa pozriem na jednotky čo mi vyšli a čo očakávam. Ak sa nezhodujú viem že som spravil chybu. Napríklad ak zadanie je äkou rýchlosťou ide auto?ä niekto donesie výsledok v metroch je zjavné, že nemôže byť správny aj keby číslo bolo dobré. Preto je dobré počítať s jednotkami priebežne.

V rozmerovej analýze taktiež ide o rozklad na jednotky SI.ktoré približne povedia s čím a ako máte rátať (aspoň v jednoduchších príkladoch) Jednotky SI sú základné jednotky a z nich sú všetky ostatné odvodené. Sú to meter, kilogram, sekunda, kandela (jednotka svietivosti), ampér (jednotka elektrického prúdu), mol, kelvin. Všetky ostatné jednotky sa z týchto základných dajú odvodiť, či už je to niečo podivné ako magnetický indukčný tok, či obyčajná rýchlosť.

Úloha 1. Aký má rozmer pascal? Aký má rozmer watt?

Odhad

Odhadovaním výsledku si vieme tiež overiť správnosť výsledku. Napríklad jednoduchým odhadom, že rýchlosť nesmie vyjsť väčšia ako rýchlosť svetla. Pre odhad väčšinou stačí vedieť ako veľké číslo očakávať, to udávame v počtoch cifier a nazývame to rád. 60 je rádovo 10, 200 je rádovo 100. V príklade ”koľko atómov obsahuje liter vody”, je zbytočné uvažovať presné číslo, stačí len odhad že je to približne 10^25 atómov, a netreba zbytočne vypisovať čísla ako 1 043 529 023 490. . . Zároveň však vieme, že keby sme výpočtom dospeli k výsledku výrazne menšiemu 3 a viac rádov alebo výrazne väčšiemu tak asi sme niekde robili chybu.

Úloha 2. Koľko váži jeden list A4? Koľko je zrniek piesku v pieskovisku?
