

SKÚŠKA Z PRAVDEPODOBNOTI A ŠTATISTIKY  
19.12.2006

1. Hodíme päťkrát kockou. V každom hode je každý z výsledkov 1, 2, 3, 4, 5, 6 rovnako pravdepodobný. Vypočítajte pravdepodobnosť, že v niektorých troch po sebe idúcich hodoch padne rovnaký výsledok.

**Riešenie:**  $\frac{2}{27}$ .

2. Kódom PIN môže byť akákoľvek postupnosť štyroch cifier od 0000 po 9999. Predpokladajme, že systém akceptuje PIN, ak správne zadáme aspoň 3 zo 4 cifier. Budeme náhodne voliť kódy PIN, až kým náš kód nebude akceptovaný. Každú cifru volíme s pravdepodobnosťou  $1/10$ . Aká je pravdepodobnosť, že hneď prvý kód bude akceptovaný. Aká je stredná hodnota počtu pokusov?

**Riešenie:**  $\frac{10000}{37}$ .

3. Nech  $X_1, \dots, X_n$  sú nezávislé náhodné premenné s rozdelením  $Exp(\lambda)$ . Nájdite distribučnú funkciu, hustotu a strednú hodnotu náhodnej premennej  $Y = \min\{X_1, \dots, X_n\}$ .

**Riešenie:**  $Y \sim Exp\left(\frac{\lambda}{n}\right)$  a z toho už vieme všetko, čo treba.

4. Nech  $X$  a  $Y$  sú nezávislé náhodné premenné s rozdelením  $R(0, 1)$ . Definujme  $U = \min\{X, Y\}$  a  $V = \{X, Y\}$ . Nájdite hustotu náhodnej premennej  $Z = U/V$ .

**Riešenie:**  $F_Z(x) = x$ , teda  $f_Z(x) = 1$ .

5. V roku 1882 vykonal Michelson 23 meraní rýchlosti svetla, pričom výberový priemer nameraných hodnôt bol  $\bar{y} = 299756,2$  km/s a výberový rozptyl meraní vyšiel  $S^2 = 11473,54$ . Môžete predpokladať, že merania zodpovedali náhodnému výberu z  $N(\mu, \sigma^2)$ . Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  testujte hypotézu, že Michelsonove merania neboli zaťažené výchyľkou strednej hodnoty, t.j. testujte  $\mu = 299792,5$  km/s, čo je "presná" rýchlosť svetla. Vieme, že  $t_{22}(0,975) = 2,074$ .

**Riešenie:** Hypotézu nezamietame.