

1. (a) Definícia kompaktnej množiny $M \subset \mathbb{R}^n$.
- (b) Zistite, či je funkcia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ spojitá:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - y^4}{x^4 + y^4} & \text{ak } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{ak } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2. (a) Definujte parciálnu deriváciu $\frac{\partial^2 f(a)}{\partial x \partial y}$ funkcie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ v bode $a = (a_1, a_2)$.
- (b) Zistite, pre aké $a, b \in \mathbb{R}$ je funkcia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (\sin(ax + by), \cos(ax + by))$ kontraktívna.
3. (a) Definujte F-diferencovateľnosť funkcie $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ a F-deriváciu $df(a)v$ podľa vektora v .
- (b) Nájdite lokálne extrémum funkcie $f(x, y) = x + y$ na množine $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$.
4. (a) Definujte G-deriváciu $Df(a)v$.
- (b) Nájdite lokálne extrémum funkcie $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy - 2z + x$.
5. Túto otázku dostane každý samostatne. Je to definícia vety a dôkaz.