

1. **(13 bodov)** Definujte pojem kombinácie bez opakovania a dokážte výsledok o počte k -kombinácií z n -prvkovej množiny.
2. **(17 bodov)** Definujte pojem "bipartitný graf" a dokážte: Graf je bipartitný \Leftrightarrow nemá kružnice nepárnej dĺžky. Navrhnite algoritmus, ktorý rozhodne, či je graf bipartitný alebo nie.
3. **(7 bodov)** Vypočítajte

$$\sum_{k=0}^n (2k+1) \binom{n}{k}$$

4. **(5 bodov)** Nech $f(n) = n(n + \frac{1}{2})(n + \frac{1}{4})$. Dokážte, že $f(n) = O(n^3)$.
5. **(10 bodov)** Dokážte, že n -vrcholový nesúvislý graf (bez slučiek a násobných hrán) má najviac $\binom{n-1}{2}$ hrán.
6. **(8 bodov)** Koľko je rozkladov prirodzeného čísla n na kladné celočíselné sčítance? Na poradí sčítancov záleží. (Napr. pre $n = 3$ sú štyri takéto rozklady: $3, 2 + 1, 1 + 2, 1 + 1 + 1$).